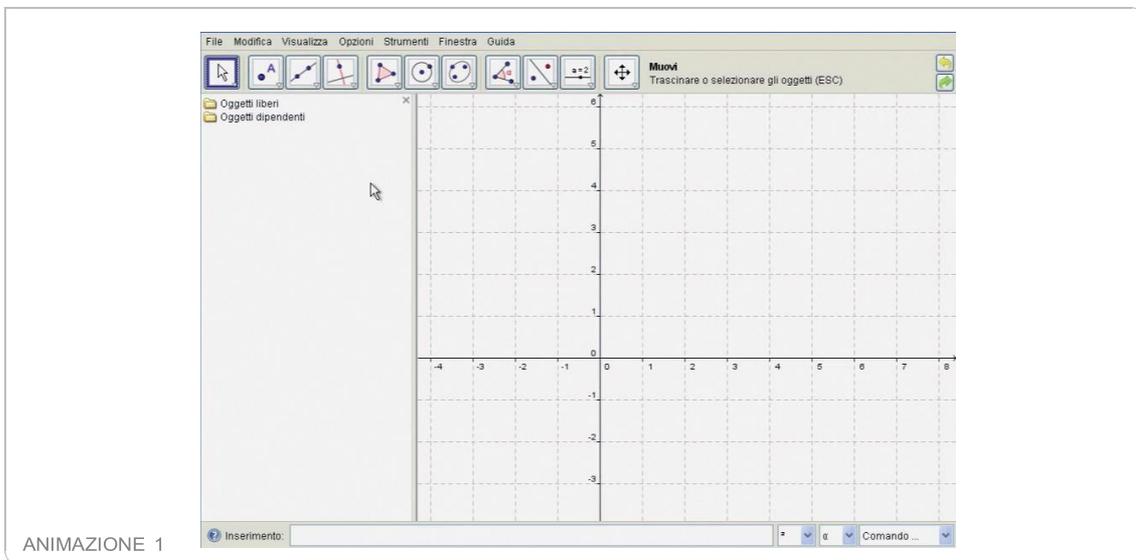


Laboratorio di matematica

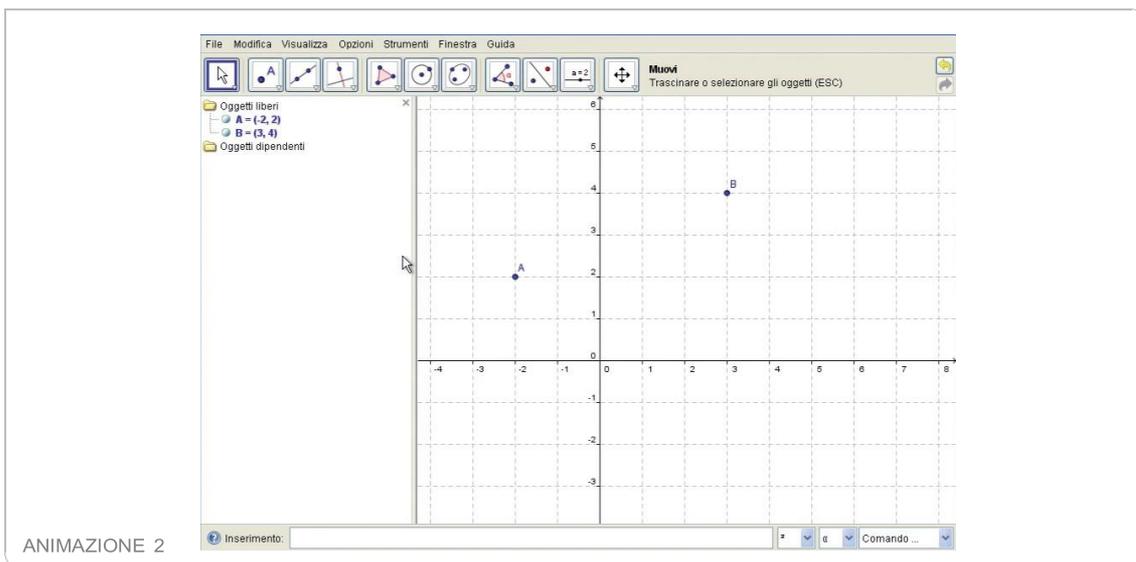
G Definire i vettori in GeoGebra

GeoGebra rappresenta i vettori del piano mediante segmenti orientati. Vi sono diversi modi per definire un vettore.

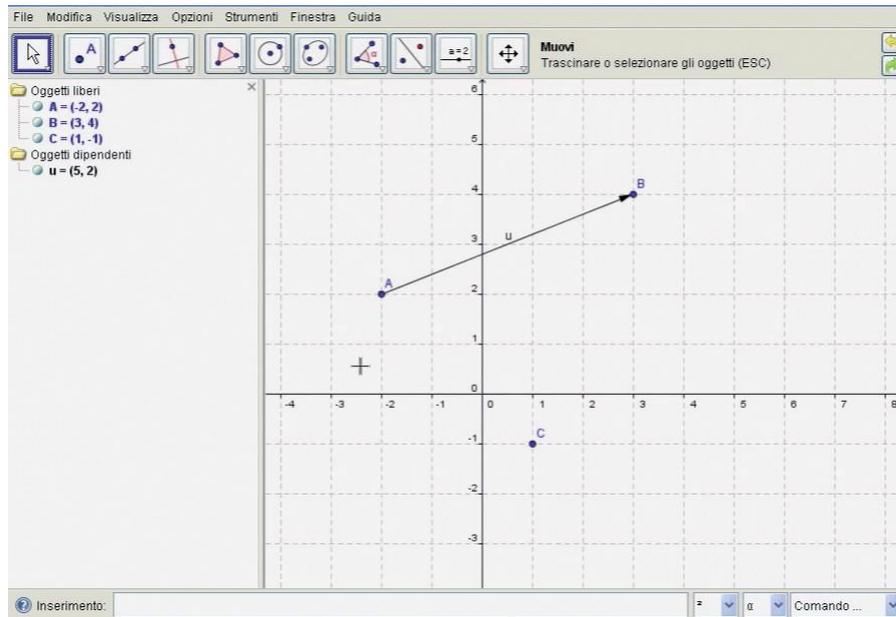
- Mediante lo strumento *Vettore tra due punti*, che si trova nel terzo menu ed è denotato dall'icona . Si può procedere in due modi diversi.
 - Si fa *clic* in due punti della vista grafica. In questo modo vengono creati contemporaneamente i due estremi del segmento orientato e il vettore (ANIMAZIONE 1).



- Se nella vista grafica sono già presenti i due punti che si vuole diventino gli estremi del segmento orientato, si fa *clic* successivamente sul primo e sul secondo estremo (ANIMAZIONE 2).

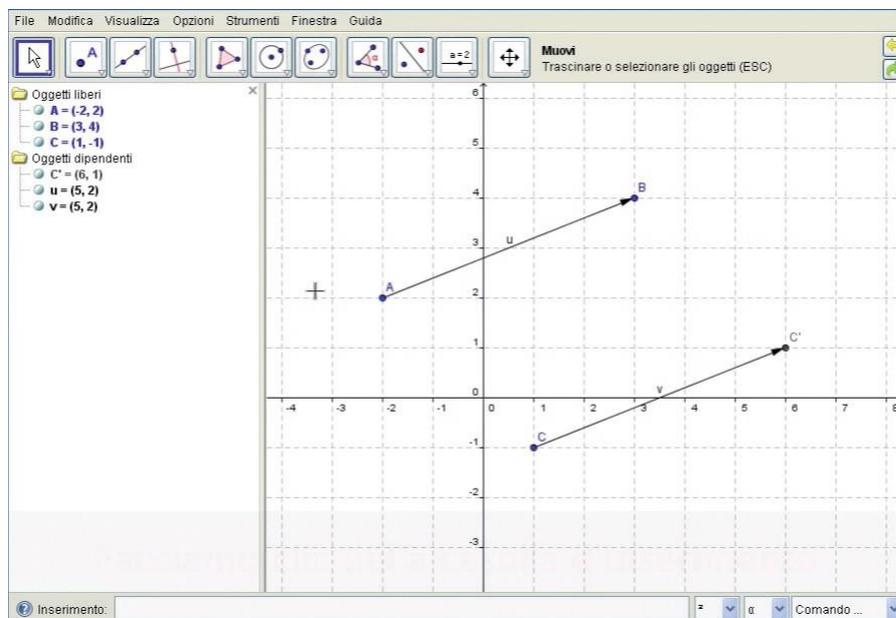


- Mediante lo strumento *Vettore da un punto*, anch'esso nel terzo menu, denotato dall'icona . In questo caso occorre che siano già presenti un punto e un vettore (ANIMAZIONE 3).



ANIMAZIONE 3

- Mediante immissione diretta: si scrivono, nella casella d'inserimento, il nome del vettore e le sue componenti cartesiane, ad esempio $w = (2, 5)$; premendo invio viene creato un vettore rappresentato da un segmento orientato che ha il primo estremo nell'origine. Gli estremi del vettore, in questo caso, non vengono creati da GeoGebra (ANIMAZIONE 4).



ANIMAZIONE 4

È importante scrivere il nome del vettore in lettere minuscole; se usiamo le maiuscole GeoGebra crea un punto anziché un vettore.

G Operazioni con i vettori

Con GeoGebra è possibile eseguire alcune operazioni con i vettori (ANIMAZIONE 5).

Per sommare i vettori u e v
scriviamo $u+v$ nella casella d'inserimento
e premiamo Invio

ANIMAZIONE 5

Somma. Per eseguire la somma dei due vettori u e v basta scrivere $u+v$ nella casella d'inserimento e premere invio. GeoGebra crea il vettore somma e lo rappresenta mediante un segmento orientato avente il primo estremo nell'origine.

Prodotto per uno scalare. Analogamente, per eseguire il prodotto del vettore u per uno scalare, ad esempio 3, si scrive $3*u$ nella casella d'inserimento e si preme invio. Anche in questo caso il vettore creato viene rappresentato da un segmento orientato con il primo estremo nell'origine.

Prodotto scalare. Per eseguire il prodotto scalare tra i due vettori u e v si scrive $u*v$ nella casella d'inserimento e si preme invio. Il prodotto scalare compare nella *Vista Algebra*, ma non viene creato alcun oggetto geometrico.

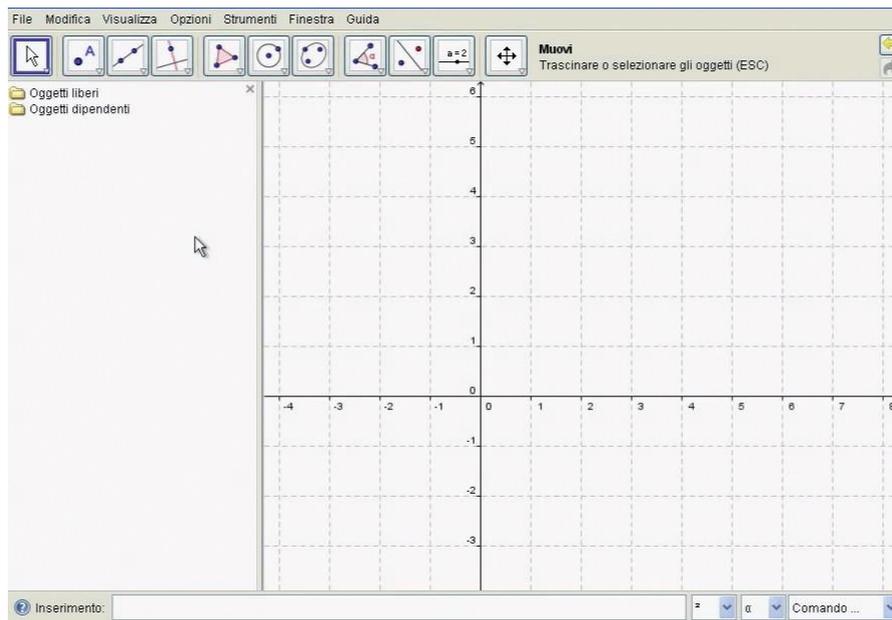
Risolviamo ora la seguente esercitazione.

Crea un vettore $\vec{u} = \vec{AB}$ e due rette passanti per A. Scomponi quindi il vettore nella somma di due vettori rispettivamente paralleli alle due rette.

■ Creiamo il vettore (ANIMAZIONE 6)

1. Selezioniamo, nel terzo menu, lo strumento *Vettore tra due punti*, denotato dall'icona
2. Portiamo il puntatore nella posizione dove vogliamo che compaia il primo estremo A e facciamo clic.
3. Portiamo il puntatore nella posizione dove vogliamo che compaia il secondo estremo B e facciamo clic.

GeoGebra crea il vettore u , che coloriamo quindi in rosso.

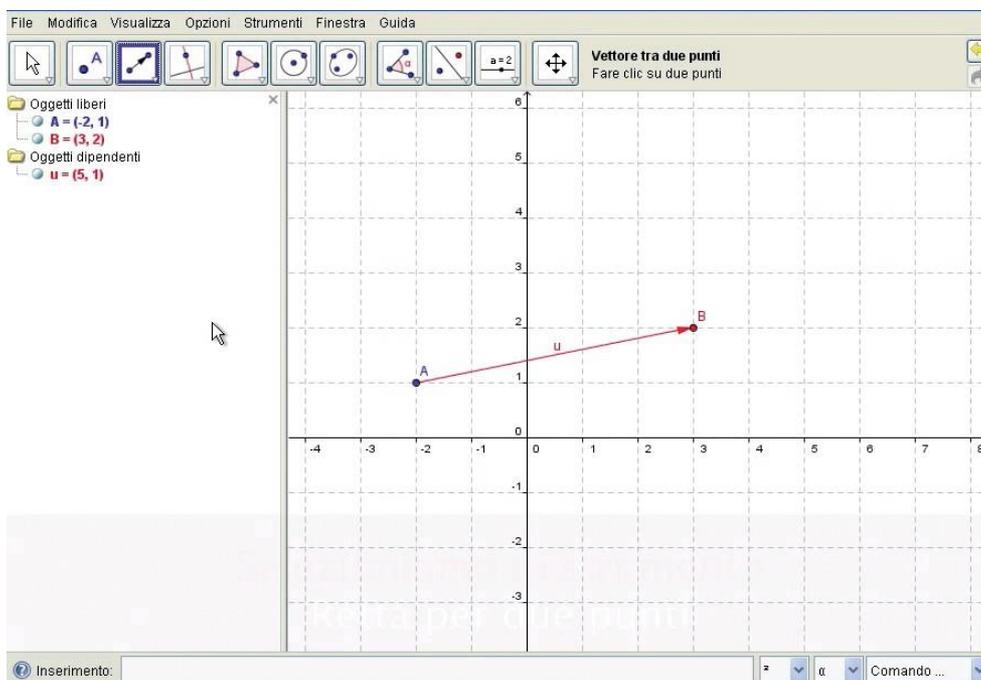


ANIMAZIONE 6

■ Creiamo le due rette passanti per A (ANIMAZIONE 7)

1. Selezioniamo, nel terzo menu, lo strumento *Retta tra due punti*, denotato dall'icona .
2. Portiamo il puntatore sul punto A e, quando compare la scritta *Punto A*, facciamo clic.
3. Portiamo il puntatore in una nuova posizione e facciamo clic.

Ripetiamo per creare la seconda retta, quindi assegniamo alle due rette i nomi r e s , coloriamole in azzurro e applichiamo un tratteggio.



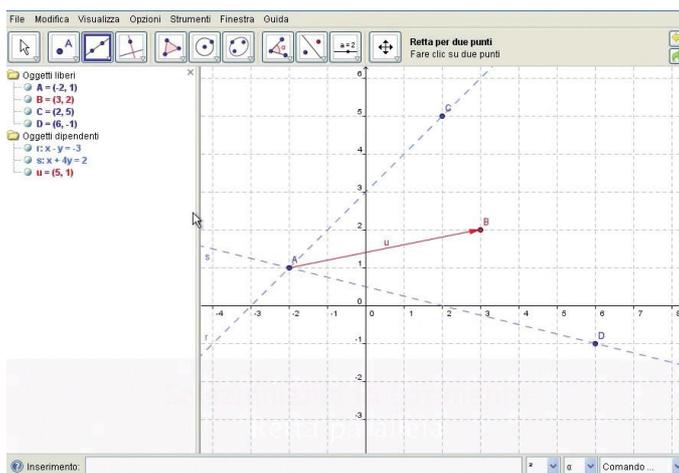
ANIMAZIONE 7

■ Creiamo le parallele a r e s passanti per A (ANIMAZIONE 8)

1. Selezioniamo, nel quarto menu, lo strumento *Retta parallela*, denotato dall'icona .
2. Portiamo il puntatore sul punto B e, quando compare la scritta *Punto B*, facciamo clic.
3. Portiamo il puntatore vicino alla retta r e, quando compare la scritta *retta r*, facciamo clic.

Ripetiamo per creare la parallela a s passante per B , quindi assegniamo alle due rette i nomi r_1 e s_1 , coloriamole in verde e applichiamo un tratteggio.

Abbiamo creato un parallelogramma di cui il vettore \vec{AB} è una diagonale. I due vettori cercati sono rappresentati da due segmenti orientati che ora costruiremo sui lati del parallelogramma.

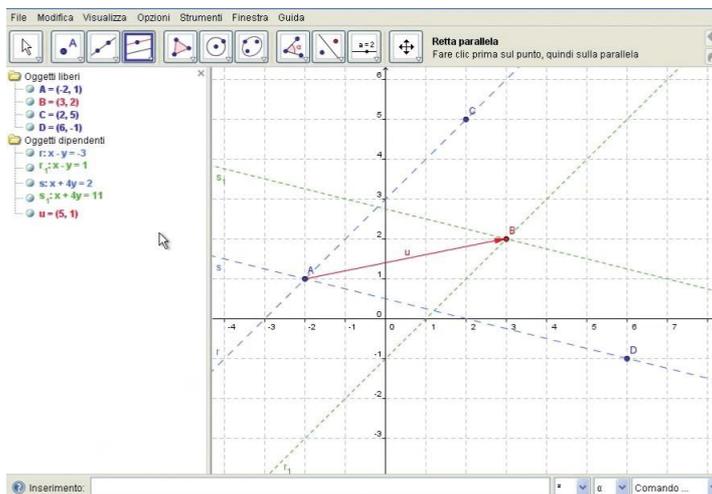


ANIMAZIONE 8

■ Costruiamo i due vettori (ANIMAZIONE 9)

1. Selezioniamo, nel terzo menu, lo strumento *Vettore tra due punti*, denotato dall'icona .
2. Portiamo il puntatore sul punto A e, quando compare la scritta *Punto A* facciamo clic.
3. Portiamo il puntatore vicino all'intersezione tra le rette r e s_1 e, quando appare la scritta *retta r*; *retta s_1* facciamo clic.

Ripetiamo per creare il vettore tra il punto A e il punto d'intersezione di s e r_1 , quindi coloriamo in blu due vettori, a cui GeoGebra ha assegnato i nomi v e w .



ANIMAZIONE 9

■ Verifichiamo la costruzione (ANIMAZIONE 10)

1. Facciamo *click* nella casella d'inserimento, scriviamo $v + w$ e premiamo invio.

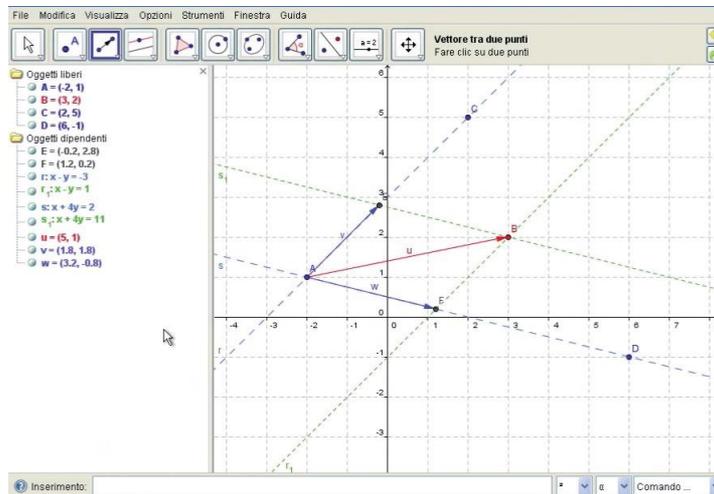
GeoGebra crea un nuovo vettore z , somma dei due vettori v e w , rappresentato da un segmento orientato con il primo estremo nell'origine (lo abbiamo colorato in rosso). Nella *Vista Algebra* possiamo verificare che le sue componenti sono uguali a quelle del vettore $\vec{u} = \vec{AB}$.

2. Selezioniamo lo strumento *Muovi* e spostiamo il punto B .

Possiamo osservare che le componenti cartesiane di u cambiano, ma insieme ad esse cambiano anche quelle di z : le componenti di u e di z restano uguali.

3. Spostiamo i punti C e D per cambiare le direzioni delle due rette r e s .

Osserviamo che cambiano le direzioni dei vettori v e w e le loro componenti, ma la loro somma resta uguale a u .



ANIMAZIONE 10

Esercitazioni proposte

1 Crea un vettore \vec{u} e una retta r , quindi costruisci il vettore \vec{v} componente di \vec{u} secondo la retta r . Calcola quindi il modulo di \vec{v} (ricorda che il modulo di \vec{v} è $\sqrt{\vec{v} \cdot \vec{v}}$).

2 Crea un vettore \vec{u} e due rette r e s , quindi costruisci i vettori \vec{v} e \vec{w} componenti di \vec{u} secondo le due rette. Verifica quindi che \vec{u} non è la somma di \vec{v} e \vec{w} .

3 Crea un vettore e costruisci il suo versore.

4 Crea due vettori \vec{u} e \vec{v} e costruisci quindi l'angolo 2 tra i due vettori e la loro somma $\vec{w} = \vec{u} + \vec{v}$. Determina i moduli dei tre vettori e verifica che

$$w^2 = v^2 + u^2 + 2vw \cos 2$$

5 Crea due vettori $\vec{u} = \overrightarrow{OA}$ e $\vec{v} = \overrightarrow{OB}$, entrambi con il vertice nell'origine, e costruisci il vettore $\frac{1}{2}(\vec{u} + \vec{v})$, con il primo estremo nell'origine (basta scrivere, nella casella d'inserimento, $(u + v)/2$). Verifica che il secondo estremo di tale vettore è anche il punto medio di AB .

6 Disegna un parallelogramma $ABCD$ e crea i quattro vettori \overrightarrow{OA} , \overrightarrow{OB} , \overrightarrow{OC} , \overrightarrow{OD} . Costruisci quindi il vettore $\frac{1}{4}(\overrightarrow{OA} + \overrightarrow{OB} + \overrightarrow{OC} + \overrightarrow{OD})$ con il primo estremo nell'origine. Verifica che il secondo estremo di questo vettore è il centro di $ABCD$.