

5.4 การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง



กิจกรรม : สำรวจผลต่างของกำลังสอง

จงเติมพหุนามลงในตารางต่อไปนี้

ข้อ	โจทย์	ผลคูณ	พหุนามในรูปผลสำเร็จ	อาจจัดรูปได้เป็น
1	$(x + 4)(x - 4)$	$x^2 - 4x + 4x - 16$	$x^2 - 16$	$x^2 - 4^2$
2	$(x + 7)(x - 7)$			
3	$(x + 9)(x - 9)$			
4	$(3x + 1)(3x - 1)$			
5	$(A + B)(A - B)$			



คำถามท้ายกิจกรรม

จากกิจกรรมข้างต้น นักเรียนสังเกตเห็นความสัมพันธ์อะไร จงอธิบาย

พิจารณาการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองต่อไปนี้

$$\begin{aligned} 1. \quad x^2 - 25 &= x^2 - 5^2 \\ &= (x + 5)(x - 5) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2. \quad 36x^2 - 49 &= (6x)^2 - 7^2 \\ &= (6x + 7)(6x - 7) \end{aligned}$$



มุมเทคโนโลยี

นักเรียนสามารถดาวน์โหลดไฟล์ GSP เพื่อทำกิจกรรมเกี่ยวกับการสำรวจผลต่างของกำลังสอง เพิ่มเติมได้ที่ <http://ipst.me/9162>



จากตัวอย่างการแยกตัวประกอบของพหุนามทั้งสองข้างต้น จะเห็นว่าการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูปที่คล้ายข้อ จะได้ตัวประกอบเป็นพหุนามดีกรีหนึ่งที่มีพจน์เหมือนกัน แต่ได้เครื่องหมายตรงกันข้ามกัน เรียกว่าพหุนามดีกรีสองที่มีลักษณะเช่นนี้ว่า พหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง (difference of two squares)

พหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสองดังตัวอย่างข้างต้น มีลักษณะพิเศษที่สังเกตได้ ดังนี้

$$\begin{aligned} 1. \quad x^2 - 25 &= x^2 - 5^2 \\ &= (x + 5)(x - 5) \end{aligned}$$

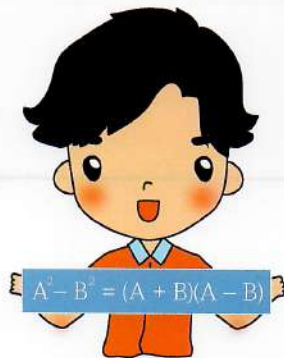
ถ้าให้ x เป็นพจน์หน้าและ 5 เป็นพจน์หลัง จะเขียนความสัมพันธ์ได้ดังนี้
(พจน์หน้า)² - (พจน์หลัง)² = (พจน์หน้า + พจน์หลัง)(พจน์หน้า - พจน์หลัง)

$$\begin{aligned} 2. \quad 36x^2 - 49 &= (6x)^2 - 7^2 \\ &= (6x + 7)(6x - 7) \end{aligned}$$

ถ้าให้ $6x$ เป็นพจน์หน้าและ 7 เป็นพจน์หลัง จะเขียนความสัมพันธ์ได้ดังนี้
(พจน์หน้า)² - (พจน์หลัง)² = (พจน์หน้า + พจน์หลัง)(พจน์หน้า - พจน์หลัง)

ในกรณีทั่วไป ถ้าให้ A แทนพจน์หน้า และ B แทนพจน์หลัง จะแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสองได้ตามสูตร ดังนี้

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$

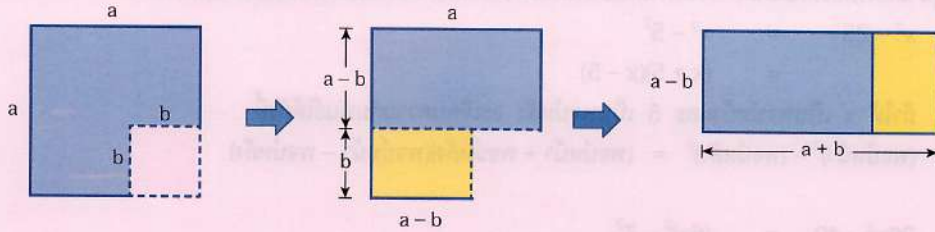


123 | มุมคณิต

จากสูตรผลต่างของกำลังสอง $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$
จากสูตรข้างต้น เพื่อให้จำได้ง่ายขึ้น อาจเขียนย่อ ๆ ดังนี้
(หน้า)² - (หลัง)² = (หน้า + หลัง)(หน้า - หลัง)

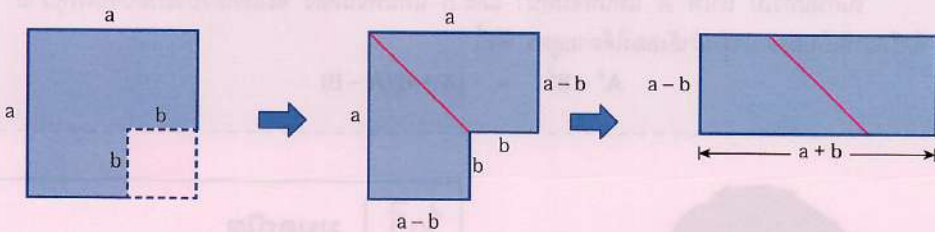
123 | มุมคณิต

แบบจำลองแสดงการแยกตัวประกอบของ $a^2 - b^2$ เป็นดังนี้



จะได้ว่า $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$

หรือเราอาจใช้แบบจำลองอีกแบบหนึ่ง ดังนี้



จะได้ว่า $a^2 - b^2 = (a + b)(a - b)$



มุมเทคโนโลยี

นักเรียนสามารถดาวน์โหลดไฟล์ GSP เพื่อศึกษาแบบจำลองแสดงการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง เพิ่มเติมได้ที่ <http://ipst.me/9163>



เราสามารถใช้สูตร $A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$ นี้ เพื่อแยกตัวประกอบ ในกรณีที่ A และ B เป็นพหุนาม ได้ดังตัวอย่างต่อไปนี้

ตัวอย่างที่ 1 จงแยกตัวประกอบของ $16x^2 - 81$

วิธีทำ $16x^2 - 81 = (4x)^2 - 9^2$

ดังนั้น $16x^2 - 81 = (4x + 9)(4x - 9)$

ตัวอย่างที่ 2 จงแยกตัวประกอบของ $25x^2 - 225$

วิธีทำ $25x^2 - 225 = (5x)^2 - 15^2$

$$= (5x + 15)(5x - 15)$$

$$= 5(x + 3)5(x - 3)$$

ดังนั้น $25x^2 - 225 = 25(x + 3)(x - 3)$

ตัวอย่างที่ 3 จงแยกตัวประกอบของ $x^2 - (x - 4)^2$

วิธีทำ $x^2 - (x - 4)^2 = [x + (x - 4)][x - (x - 4)]$

$$= (x + x - 4)(x - x + 4)$$

$$= (2x - 4)(4)$$

$$= 4(2)(x - 2)$$

ดังนั้น $x^2 - (x - 4)^2 = 8(x - 2)$

ตัวอย่างที่ 4 จงแยกตัวประกอบของ $(3x - 2)^2 - (x + 5)^2$

วิธีทำ $(3x - 2)^2 - (x + 5)^2 = [(3x - 2) + (x + 5)][(3x - 2) - (x + 5)]$

$$= (3x - 2 + x + 5)(3x - 2 - x - 5)$$

ดังนั้น $(3x - 2)^2 - (x + 5)^2 = (4x + 3)(2x - 7)$

ตัวอย่างที่ 5 จงแยกตัวประกอบของ $25(x + 2)^2 - 144x^2$

วิธีทำ $25(x + 2)^2 - 144x^2 = [5(x + 2)]^2 - (12x)^2$

$$= [5(x + 2) + 12x][5(x + 2) - 12x]$$

$$= (5x + 10 + 12x)(5x + 10 - 12x)$$

ดังนั้น $25(x + 2)^2 - 144x^2 = (17x + 10)(-7x + 10)$



เพื่อน ๆ อาจตอบแบบอื่นได้อีกนะครับ เช่น

$$25(x + 2)^2 - 144x^2 = (17x + 10)(10 - 7x)$$

$$\text{หรือ } 25(x + 2)^2 - 144x^2 = -(17x + 10)(7x - 10)$$

$$\text{หรือ } 25(x + 2)^2 - 144x^2 = (-17x - 10)(7x - 10)$$

นักเรียนอาจแยกตัวประกอบโดยใช้วิธีอื่นได้อีก เช่น

$$25x^2 - 225 = 25(x^2 - 9)$$

$$= 25(x^2 - 3^2)$$

$$= 25(x + 3)(x - 3)$$



มุมเทคโนโลยี

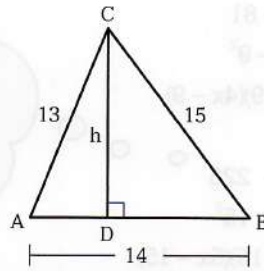
นักเรียนสามารถดาวน์โหลดไฟล์ GSP เพื่อฝึกการแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสองเพิ่มเติมได้ที่ <http://ipst.me/9164>



สุ่มโจทย์ $x^2 - 25$

คำตอบ $(x + 5)(x - 5)$

ตัวอย่างที่ 6 จากรูป กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมที่มี $AB = 14$ หน่วย $BC = 15$ หน่วย และ $AC = 13$ หน่วย จงหาความสูง h



วิธีทำ

เนื่องจาก $\triangle ACD$ และ $\triangle BCD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก

ให้ $AD = x$ หน่วย จะได้ $BD = 14 - x$ หน่วย

$$\text{จาก } \triangle ACD \text{ จะได้ } 13^2 = h^2 + x^2$$

(ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)

$$h^2 = 13^2 - x^2$$

(สมบัติของการเท่ากัน)

$$\text{จาก } \triangle BCD \text{ จะได้ } 15^2 = h^2 + (14 - x)^2$$

(ทฤษฎีบทพีทาโกรัส)

$$h^2 = 15^2 - (14 - x)^2$$

(สมบัติของการเท่ากัน)

$$= [15 + (14 - x)][15 - (14 - x)]$$

$$= (29 - x)(1 + x)$$

$$= 29 + 28x - x^2$$

จากผลที่ได้จาก $\triangle ACD$ และ $\triangle BCD$

$$\text{จะได้ } 13^2 - x^2 = 29 + 28x - x^2$$

(สมบัติของการเท่ากัน)

$$169 = 29 + 28x$$

$$28x = 140$$

$$x = 5$$

$$\text{เนื่องจาก } h^2 = 13^2 - x^2$$

$$\text{จะได้ } h^2 = 13^2 - 5^2$$

(สมบัติของการเท่ากัน)

$$= 144$$

$$\text{ดังนั้น } h = 12$$

นั่นคือ ความสูง h เท่ากับ 12 หน่วย

ตอบ 12 หน่วย



แบบฝึกหัด 5.4

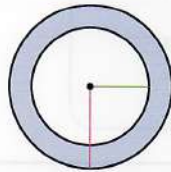
1. จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

- | | | |
|--------------------|--------------------|-------------------|
| 1) $x^2 - 1$ | 2) $16 - x^2$ | 3) $x^2 - 64$ |
| 4) $x^2 - 144$ | 5) $225 - x^2$ | 6) $x^2 - 361$ |
| 7) $x^2 - 625$ | 8) $x^2 - 900$ | 9) $9x^2 - 1$ |
| 10) $4x^2 - 49$ | 11) $16x^2 - 169$ | 12) $49x^2 - 81$ |
| 13) $25x^2 - 121$ | 14) $196x^2 - 100$ | 15) $81x^2 - 400$ |
| 16) $64x^2 - 225$ | 17) $144x^2 - 441$ | 18) $1 - 289x^2$ |
| 19) $529x^2 - 625$ | 20) $961 - 900x^2$ | |

2. จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

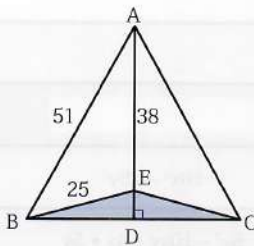
- | | | |
|-----------------------------|------------------------------|-------------------------------|
| 1) $(a - 2)^2 - 1$ | 2) $25 - (y + 1)^2$ | 3) $(x + 2)^2 - 4$ |
| 4) $(x - 3)^2 - 36$ | 5) $81 - (x + 5)^2$ | 6) $x^2 - (2x + 1)^2$ |
| 7) $4x^2 - (x - 2)^2$ | 8) $(2x + 3)^2 - 25x^2$ | 9) $(x + 6)^2 - (x + 4)^2$ |
| 10) $(x - 8)^2 - (x - 5)^2$ | 11) $(3x + 2)^2 - (x - 1)^2$ | 12) $(4x - 3)^2 - (5x + 2)^2$ |
| 13) $9(x - 7)^2 - 100x^2$ | 14) $144x^2 - (2x - 3)^2$ | 15) $25x^2 - 16(x - 5)^2$ |
| 16) $(5x + 3)^2 - 121x^2$ | | |

3.



วงกลมสองวงมีจุดศูนย์กลางร่วมกัน วงกลมวงใหญ่มีรัศมียาว 89 หน่วย วงกลมวงเล็กมีรัศมียาว 65 หน่วย วงกลมทั้งสองมีพื้นที่ต่างกันเท่าไร (กำหนด $\pi \approx 3.14$)

4.



จากรูป กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมหน้าจั่ว มี \overline{BC} เป็นฐาน $AB = 51$ เซนติเมตร, $AE = 38$ เซนติเมตร และ $BE = 25$ เซนติเมตร จงหาพื้นที่ของ $\triangle ABC$

123 | มุมคณิต

เราสามารถใช้ความรู้เกี่ยวกับพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์และผลต่างของกำลังสอง มาช่วยในการคำนวณเกี่ยวกับจำนวนนับบางจำนวนได้ง่ายขึ้น ดังตัวอย่าง

1. จงหาค่าของ 998^2

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 998^2 &= (1,000 - 2)^2 \\ &= 1,000^2 - [2 \times 2(1,000)] + 2^2 \\ &= 1,000,000 - 4,000 + 4 \\ &= 996,000 + 4 \\ &= 996,004 \\ \text{ดังนั้น} \quad 998^2 &= 996,004 \end{aligned}$$

ตอบ 996,004

2. จงหาค่าของ $999^2 - 998^2$

$$\begin{aligned} \text{วิธีทำ} \quad 999^2 - 998^2 &= (999 + 998)(999 - 998) \\ &= 1,997 \times 1 \\ &= 1,997 \\ \text{ดังนั้น} \quad 999^2 - 998^2 &= 1,997 \end{aligned}$$

ตอบ 1,997



จงหาค่าของ

1. 997^2
2. $2,015^2$
3. $1,001^2 - 999^2$
4. $3,012^2 - 3,008^2$
5. $2,004^2 - 1,996^2$
6. $2,547^2 - 453^2$



ชวนคิด 5.5

จากตารางที่กำหนด จงเติมพหุนามที่เมื่อคูณกันแล้ว ทำให้เกิดพหุนามดังในตาราง

	$8x^2 + 10xy - 4x - 5y$	$16x^2 - 25y^2$
	$4x^2 - 4x + 1$	$8x^2 - 10xy - 4x + 5y$



ตรวจสอบความเข้าใจ

รายการ	 สบายมาก	 ขอทบทวนอีกนิด
1. การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง		
2. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว		
3. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์		
4. การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง		



สรุปท้ายบท

- ❖ การเขียนพหุนามที่กำหนดให้ ในรูปการคูณกันของตัวประกอบของพหุนามตั้งแต่สองพหุนามขึ้นไป เรียกว่า การแยกตัวประกอบของพหุนาม
- ❖ การแยกตัวประกอบของพหุนามโดยใช้สมบัติการแจกแจง
ถ้า a , b และ c แทนพหุนามใด ๆ แล้ว

$$a(b+c) = ab+ac \text{ หรือ } (b+c)a = ba+ca$$
 เราอาจเขียนสมบัติการแจกแจงข้างต้นใหม่ เป็นดังนี้

$$ab+ac = a(b+c) \text{ หรือ } ba+ca = (b+c)a$$
 เรียก a ว่า ตัวประกอบร่วมของ ab และ ac หรือตัวประกอบร่วมของ ba และ ca
- ❖ การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียว
พหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวคือ พหุนามที่เขียนได้ในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นค่าคงตัว ที่ $a \neq 0$ และ x เป็นตัวแปร
- ❖ การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b เป็นจำนวนเต็ม และ $c = 0$
พหุนามดีกรีสองตัวแปรเดียวในกรณีนี้จะอยู่ในรูป $ax^2 + bx$ เราสามารถใช้สมบัติการแจกแจงแยกตัวประกอบของพหุนามในรูปนี้ได้

- ♦ การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ $a = 1$, b และ c เป็นจำนวนเต็ม และ $c \neq 0$

ในกรณีทั่วไป เราสามารถแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสอง $x^2 + bx + c$ เมื่อ b, c เป็นจำนวนเต็ม และ $c \neq 0$ ได้ ถ้าเราสามารถหาจำนวนเต็มสองจำนวนที่คูณกันได้เท่ากับพจน์ที่เป็นค่าคงตัวคือ c และบวกกันได้เท่ากับสัมประสิทธิ์ของ x คือ b

ถ้าให้ m และ n เป็นจำนวนเต็มสองจำนวน ซึ่ง $mn = c$ และ $m + n = b$ จะได้ว่า $x^2 + bx + c = (x + m)(x + n)$

- ♦ การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองในรูป $ax^2 + bx + c$ เมื่อ a, b, c เป็นจำนวนเต็ม และ $a \neq 1, c \neq 0$

1. หาพหุนามดีกรีหนึ่งสองพหุนามที่คูณกันแล้วได้พจน์หน้าคือ ax^2
2. หาจำนวนเต็มสองจำนวนที่คูณกันแล้วได้พจน์หลัง คือ c
3. นำผลที่ได้ในข้อ 1 และ 2 มาหาพจน์กลางที่ละกรณี จนกว่าจะได้พจน์กลางเป็น bx ตามที่ต้องการ

- ♦ การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์

ในกรณีทั่วไป ถ้าให้ A แทนพจน์หน้า และ B แทนพจน์หลัง จะแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นกำลังสองสมบูรณ์ได้ตามสูตร ดังนี้

$$A^2 + 2AB + B^2 = (A + B)^2$$

$$A^2 - 2AB + B^2 = (A - B)^2$$

- ♦ การแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสอง

ในกรณีทั่วไป ถ้าให้ A แทนพจน์หน้า และ B แทนพจน์หลัง จะแยกตัวประกอบของพหุนามดีกรีสองที่เป็นผลต่างของกำลังสองได้ตามสูตร ดังนี้

$$A^2 - B^2 = (A + B)(A - B)$$





กิจกรรมท้ายบท : ค่อย ๆ ค้นหา

สมชายกำลัง



จงจับคู่พหุนามทางซ้ายกับทางขวาที่เท่ากัน เพื่อหาว่าสำนวนที่ซ่อนอยู่คืออะไร

1. $x^2 - 7x - 60$
2. $49x^2 - 100$
3. $49x^2 + 140x + 100$
4. $16x^2 - 44x - 42$
5. $8x^2 - 34x + 21$
6. $x^2 + 7x - 60$
7. $x^2 - 400$
8. $x^2 - 40x + 400$
9. $8x^2 + 22x - 21$
10. $xy + 4x - 7y - 28$
11. $xy - 4x + 7y - 28$
12. $(x - 5)^2 + 8(x - 5) + 16$
13. $1 - 16x^2$
14. $x^2 - x$

$(7x + 10)(x + 10)$

ARE

$x^2(x - 1)$

WAY

$(2x - 7)(4x - 3)$

THAT

$(x - 7)(y + 4)$

YOUR

$(x - 12)(x + 5)$

SUCCESS

$2(x + 7)(4x + 3)$

RICH

$(x - 20)(x + 20)$

BE

$(x - 4)(y + 7)$

CLEVER

$(x - 1)^2$

IN

$(7x + 10)(7x + 10)$

A

$(x + 1)^2$

GOOD

$2(2x - 1)(4x + 21)$

GOAL

$(1 - 4x)(1 + 4x)$

YOUR

$(x + 7)(y - 4)$

HANDS

$(7x - 10)(7x + 10)$

IS

$(1 - 4x)(1 - 4x)$

NEVER

$(x + 12)(x - 5)$

CANNOT

$(2x + 7)(4x - 3)$

WITH

$(x - 20)(x - 20)$

CLIMBED

$(x - 3)(8x + 7)$

GREAT

$x(x - 1)$

POCKETS

$(4x - 1)(4x + 1)$

LEARN

$2(2x - 7)(4x + 3)$

LADDER

$(7x - 1)(7x + 1)$

WELL



สำนวนที่ซ่อนอยู่คือ

1.	2.	3.	4.	5.	6.	7.
SUCCESS						
8.	9.	10.	11.	12.	13.	14.



แบบฝึกหัดท้ายบท

แบบฝึกหัด : สมบัติการคูณ

1. จงแยกตัวประกอบของพหุนามต่อไปนี้

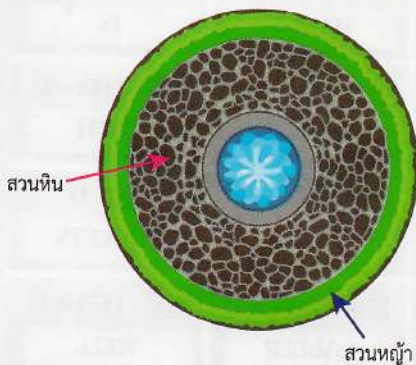
- 1) $9(y^2 - 20y + 100) - 441y^2$
- 2) $(4t^2 - 12t + 9) - (5t + 1)^2$
- 3) $(4m^2 - 36m + 81) - (16m^2 + 56m + 49)$
- 4) $(n^2 + 3n + 1)^2 - 1$

2. ถ้า $7x^3 + 14x^2 = A(x + 2)$ และ $B(y + 5) = y^2 + 2y - 15$ โดยที่ A และ B เป็นพหุนามแล้ว $A + 2B$ มีค่าเท่าใด

3. กำหนดให้ $a + b = 2$ และ $b^2 - a^2 = 10$ จงหาค่าของ $a - b$

4. กำหนดให้ $D = \frac{2,558^2 - 2,550^2 - 8^2}{2,550}$ จงหาค่าของ D

5.



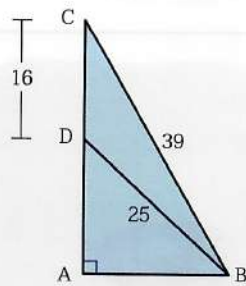
บ้านของพฤษัชต้องการทำบ่อน้ำพุ โดยมีสวนหินล้อมรอบ และมีสวนหญาล้อมรอบสวนหินอีกชั้นหนึ่ง มีลักษณะเป็นวงกลมสามวงซ้อนกัน โดยมีจุดศูนย์กลางอยู่ที่ตำแหน่งเดียวกัน และมีรัศมีของวงกลมแต่ละวงเป็น 1, 4 และ 5 เมตร ดังรูป

ถ้าผู้รับเหมาจากร้านเจริญพันธุ์ไม้ คิดค่าดำเนินการจัดสวนหิน ตารางเมตรละ 150 บาท และสวนหญ้า ราคาตารางเมตรละ 60 บาท อยากทราบว่า พฤษัชจะต้องจ่ายเงินในการจัดสวนหินและสวนหญ้าเป็นเงินเท่าใด (กำหนด $\pi \approx 3.14$)

6. จงหาจำนวนเต็ม n ที่ทำให้สามารถเขียนพหุนาม $(3x - 2)(3x + 4) + n$ ให้อยู่ในรูปกำลังสองสมบูรณ์ได้

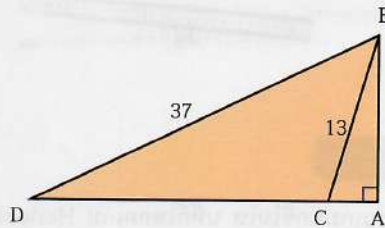
7. จงหาค่าของ $20,182,018^2 - 20,182,008 \times 20,182,028$ โดยไม่ใช้เครื่องคิดเลข

8.



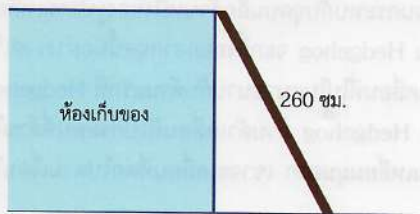
กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก ดังรูป
จงหาว่า $\triangle BCD$ มีพื้นที่กี่ตารางหน่วย

9.

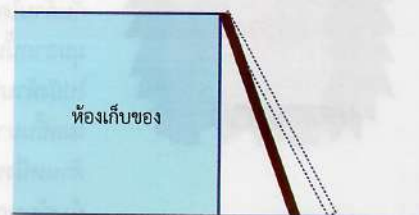


กำหนดให้ $\triangle ABD$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก
และ \overline{AD} ยาวเป็น 7 เท่าของ \overline{AC} ดังรูป
จงหา ความยาวของ \overline{AC}

10. นายช่างวางพาดบันไดไม้ซึ่งยาว 260 เซนติเมตร กับห้องเก็บของ ดังรูป ภายหลังกั้นบันไดไม้หักไป 10 เซนติเมตร และเมื่อนำมาวางพาดกับห้องเก็บของอีกครั้ง พบว่า ปลายด้านหนึ่งของบันได ชยับเข้ามาใกล้ตัวห้องเก็บของมากขึ้น 30 เซนติเมตร จงหาว่า ความสูงของห้องเก็บของเป็นเท่าไร



ก่อนบันไดไม้หัก



หลังบันไดไม้หัก

11. กำหนดให้ $\triangle ABC$ เป็นรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก มีด้านตรงข้ามมุมฉากยาว 41 หน่วย และมีพื้นที่ 180 ตารางหน่วย
จงหาความยาวรอบรูปของ $\triangle ABC$

12. จงหาค่าของ $18 \left[\left(1 - \frac{1}{2^2}\right) \left(1 - \frac{1}{3^2}\right) \left(1 - \frac{1}{4^2}\right) \dots \left(1 - \frac{1}{9^2}\right) \right]$



กิจกรรมคณิตศาสตร์เชิงสะเต็มศึกษา : Hedgehog พ้าแลบ

อุปกรณ์

- ❖ เชือก
- ❖ กระดาษปรีฟ
- ❖ คอมพิวเตอร์
- ❖ ซอฟต์แวร์เรขาคณิตพลวัต
- ❖ ไม้บรรทัด
- ❖ ดินสอ
- ❖ ยางลบ



สถานการณ์

หลังจากเลิกเล่นเกมบนซีโมโท นที่ก็โหดเกม Hedgehog พ้าแลบ ในสมาร์โฟนมาเล่นยามว่าง เกมนี้เป็นเกมเกี่ยวกับการกลิ้งตัวเคลื่อนที่ของ Hedgehog กลิ้งไปในสนามรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก โดยสิ่งที่สังเกตว่า Hedgehog จะเริ่มต้นไพล่จากจุดกึ่งกลางของด้านใด ด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก และจะกลิ้งม้วนตัวไปในทิศทางขนานกับด้านใดด้านหนึ่งจนกระทบกับจุดบนอีกด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉากนั้น จากนั้น Hedgehog จะกลิ้งออกจากจุดนั้นอย่างรวดเร็วไปยังด้านที่สามโดยเคลื่อนที่ไปในแนวขนานกับด้านแรกที่ Hedgehog ไพล่ขึ้นมา ทั้งนี้เมื่อ Hedgehog ม้วนตัวเคลื่อนที่ไปกระทบที่ด้านใด ด้านหนึ่งของรูปสามเหลี่ยมมุมฉาก เขาจะเคลื่อนที่ต่อไปตามเงื่อนไขข้างต้นทุกครั้ง



ในการเล่นเกมนี้นักเรียนจะต้องพยายามจับ Hedgehog ในขณะที่วิ่งให้ได้ มิฉะนั้น Hedgehog จะวิ่งลงรูเดิมที่เริ่มต้นไพล่มาทุกครั้ง และนั่นก็ไม่ได้คะแนน ทั้งนี้ไม่สามารถคาดเดาได้ว่า Hedgehog จะไพล่ออกมาจากรูที่อยู่ตรงจุดกึ่งกลางของด้านใด ให้นักเรียนจำลองภาพการม้วนตัวเคลื่อนที่ของ Hedgehog และตรวจสอบว่าเงื่อนไขการม้วนตัวเคลื่อนที่ของ Hedgehog ข้างต้นนั้นเป็นจริง คือ สามารถกลับลงรูที่ไพล่ขึ้นมา

ถ้าทำเกม Hedgehog เวอร์ชันใหม่บนรูปสามเหลี่ยมใด ๆ นักเรียนคิดว่าด้วยเงื่อนไขการม้วนตัวเคลื่อนที่ของ Hedgehog แบบเดิม นักเรียนพบข้อสังเกตใดบ้าง และจะอธิบายข้อสังเกตดังกล่าวได้อย่างไร

ขั้นตอนการทำกิจกรรม

1. แบ่งนักเรียนออกเป็นกลุ่ม กลุ่มละ 4–5 คน อ่านทำความเข้าใจสถานการณ์แล้วร่วมกันวิเคราะห์ภารกิจต่าง ๆ ที่ต้องลงมือปฏิบัติในสถานการณ์ที่กำหนดให้
2. รวบรวมข้อมูลต่าง ๆ ที่จำเป็นและแนวคิดเพื่อสรรหาวิธีการที่เป็นไปได้ในการจำลองการม้วนตัวเคลื่อนที่ของ Hedgehog
3. นำเสนอแนวคิดต่าง ๆ ที่ค้นหามาได้ นำเสนอเส้นทางเดินของ Hedgehog
4. วางแผนการดำเนินงานในแต่ละภารกิจและลงมือตามแผนที่ได้กำหนดไว้
5. ตรวจสอบความถูกต้องของผลงานในแต่ละภารกิจและปรับปรุงผลงาน
6. นำเสนอผลงานในแต่ละภารกิจ โดยเน้นการนำเสนอวิธีการต่าง ๆ ที่ใช้ในการสร้างสรรค์ผลงาน ปัญหาต่าง ๆ ที่พบระหว่างดำเนินการ และผลการแก้ปัญหา

