Übungen zur Binomialverteilung

1.Im Schuljahr 2015/16 traten etwa 60% aller Volksschulkinder in eine NMS über, rund 40% in eine AHS-Unterstufe.
Für eine Umfrage werden zufällig 37 SchülerInnen der 5. Schulstufe ausgewählt. Ermitteln Sie, wie groß die Wahrscheinlichkeit ist, dass

- mehr als 20 davon eine NMS besuchen,
- 14 bis 23 davon eine NMS besuchen,
- weniger als 10 eine AHS besuchen,
- mehr als 3 eine AHS besuchen,
- genau 20 eine AHS besuchen.

Lösung:

- $P(X>20) = 71,81\%$
- $P(14 \leq X \leq 23) = 3,48\%$
- $P(X>3) = 100\%$
- $P(X=20) = 2,96\%$

2. Von jenen Kindern, die 2015/16 in die NMS gewechselt haben, sind 53,2 % Buben. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in einer 1. Klasse NMS mit insgesamt 21 Kindern,

- 8 bis 13 Buben sind,
- kein Bub ist,
- 20 Buben sind,
- kein Mädchen ist
- mehr als 15 Mädchen sind,
- 10 bis 16 Mädchen sind.

Lösung:

- $P(8 \leq X \leq 13) = 79,18\%$
- $P(X=0) = 0\%$
- $P(X=20) = 0\%$
- $P(X=0) = 0\%$
- $P(X>15) = 0,6\%$
- $P(10 \leq X \leq 16) = 55,35\%$

3.Schulübertritte nach Bundesländer
Die nachstehende Tabelle zeigt, wie viele Prozent der Volkschulkinder in eine AHS oder NMS wechseln nach Bundesländern betrachtet. Setzen bei den jeweiligen Fragestellungen die relative Häufigkeit als Wahrscheinlichkeit für das jeweilige Ereignis.
Bei einer Wien-Woche von Salzburger SchülerInnen unterschiedlicher Schularten werden 83 Kinder in einem Museum angetroffen. Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

- mehr als 63 eine AHS besuchen
- weniger als 50 eine NMS besuchen
- genau 42 eine NMS besuchen

Lösung:

- $P(X>63) = 1\%$
- $P(X<50) = 100\%$

- P(X=42) = 1,3%

• Mehrere Wiener Schulen unterschiedlichen Schultyps sind in Vorarlberg auf Skikurs. Insgesamt bekommen 162 Kinder zu Beginn des Skikurses eine Liftkarte.
Wie große ist die Wahrscheinlichkeit, dass
- mehr als 80 Liftkarten an AHS-SchülerInnen ausgegeben werden
- weniger als 60 Liftkarten an AHS-SchülerInnen ausgegeben werden
- genau die Hälfte der Liftkarten an NMS-SchülerInnen ausgegeben werden

Lösung:
- P(X>80)= 2,42%
- P(X<60) = 3,48%
- P(X=81) = 0,77%

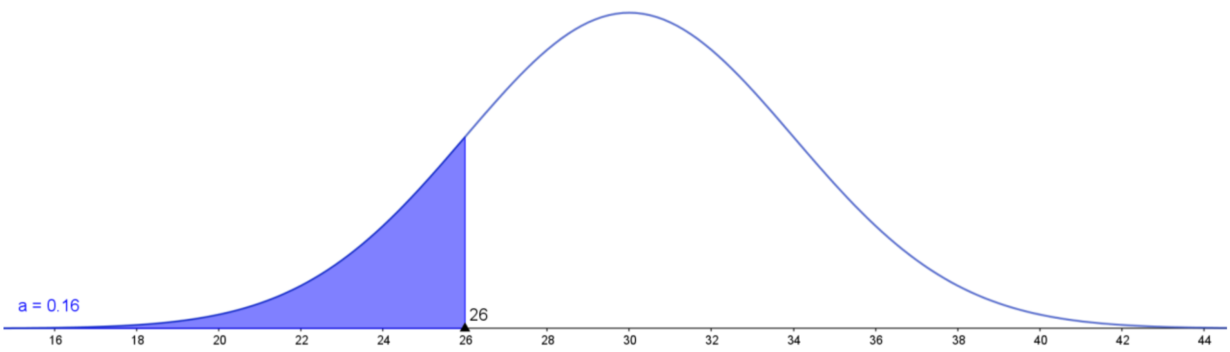
Eine Gruppe von 98 oberösterreichischen SchülerInnen unterschiedlicher Schulart sind zur Sommersportwoche in Kärnten.
Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass
- mehr als 40 SchülerInnen eine NMS besuchen
- genau 20 eine AHS besuchen

Lösung:
- P(X>40)= 1,51%
- P(X=20) = 0%

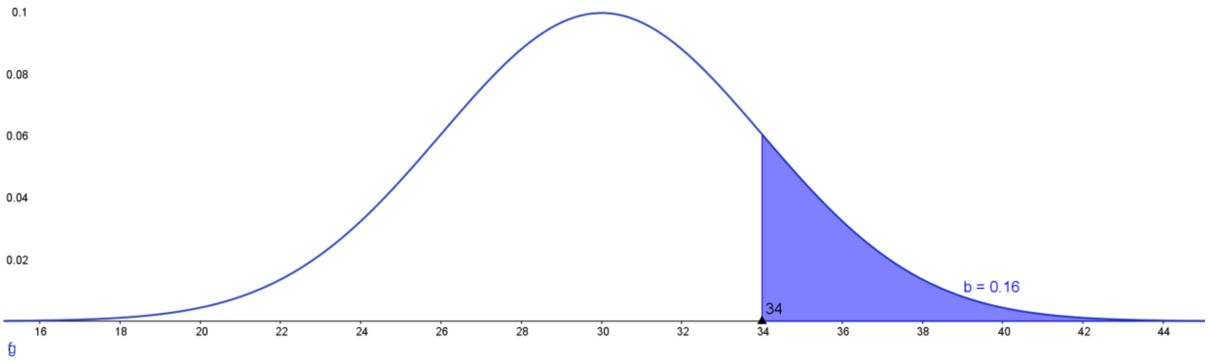
Übungen zur Normalverteilung

1. Zeichnen Sie den Graphen der Dichtefunktion einer normalverteilten Zufallsvariable X mit $\mu=30$ und $\sigma=4$!
Berechnen Sie $P(X \leq 26)$, $P(X \geq 34)$ und $P(32 \leq X \leq 26)$ und stellen Sie jene Fläche, die der Wahrscheinlichkeit entspricht grafisch dar!

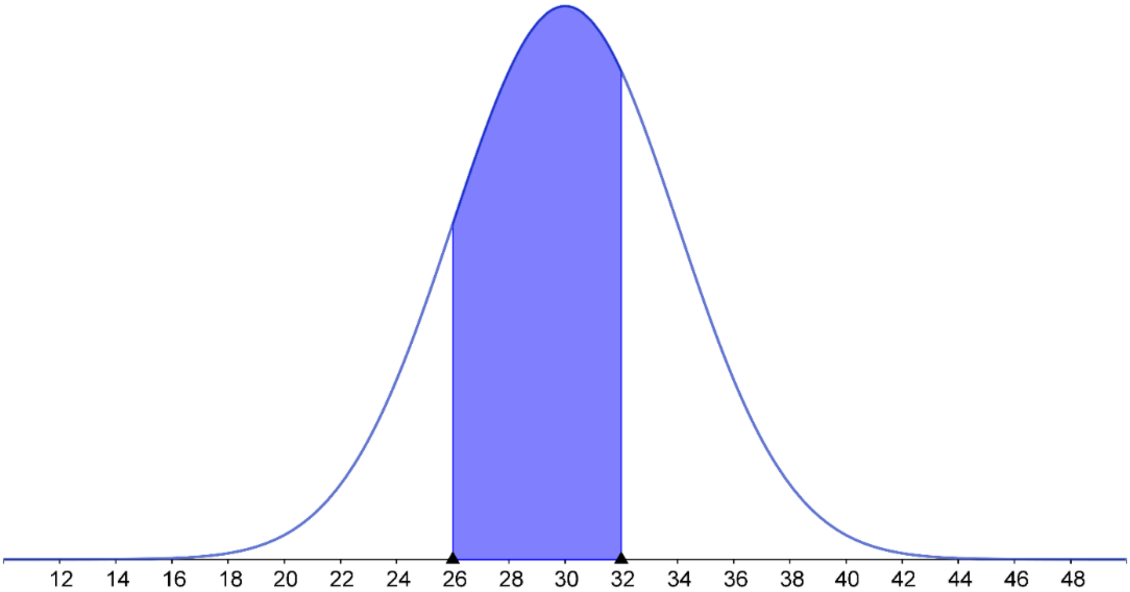
Lösung:
$P(X \leq 26) = 15{,}87\%$



$P(X \geq 34) = 15{,}87\%$



P(26≤X≤32) = 0.5328



2. Der monatliche Stromverbrauch in einem Haushalt mit 4 Personen ist normalverteilt mit Î= 320 kWh Strom und Ô= 65 kWh. Wie viel Prozent der österreichischen Haushalte mit 4 Personen verbrauchen
a) weniger als 280 kWh Strom im Monat?
P(kWh ≤ 279) = 26,41%
b) weniger als 250 kWh Strom im Monat?
P(kWh ≤ 249) = 13,73%
c) mehr als 330 kWh Strom im Monat?
P(kWh ≥ 331) = 43,28%
d) mindestens 270 kWh und höchstens 337 kWh Strom im Monat?
P(270 ≤ kWh ≤ 337) = 38,23%
e) mindestens 280 kWh und höchstens 360 kWh Strom im Monat?
P(280 ≤ kWh ≤ 360) = 46,17%

3. Die Studie eines Katzenfutterherstellers ergab, dass das Geburtsgewicht bei Katzen annähernd normalverteilt ist mit Î= 100 g und Ô= 20 g
a) Wie viel Prozent der neugeborenen Katzen wiegen gemäß dieser Studie weniger als 90 g?
P(K ≤ 89) = 29,12%
b) Wie viel Prozent der neugeborenen Katzen wiegen gemäß dieser Studie mehr als 125 g?

$P(K \geq 126) = 9{,}68\%$
c) Wie viel Prozent der neugeborenen Katzen wiegen gemäß dieser Studie mindestens 83 g und höchstens 112 g?
$P(83 \leq K \leq 112) = 52{,}81\%$
d) Wie viel Prozent der neugeborenen Katzen wiegen gemäß dieser Studie mindestens 80 g und höchstens 120 g?
$P(80 \leq K \leq 120) = 68{,}27\%$

4. 2006 wurde europaweit ein IQ-Durchschnitt von 98,5 mit einer Standardabweichung von 25 gemessen. Es wird Normalverteilung vorausgesetzt.
a) Welcher IQ-Wert wird von 3% der Menschen in Europa unterschritten?
$3\% = 0.03 = P(IQ \leq 51.4802)$
circa 51,5%
b) Welcher IQ-Wert wird von nur 1% der Menschen in Europa überschritten?
$1\% = 0.01 = P(IQ \geq 156.6587)$
circa 157
c) In welchem symmetrischen Intervall um den Durchschnittswert liegen die IQ-Werte von 90% der Menschen in Europa?
$90\% = 0.9 = P(57.3787 \leq IQ \leq 139.6213)$
d) In Österreich wurde ein Durchschnittswert von 101 gemessen. Berechne die Wahrscheinlichkeit, dass europaweit ein IQ-Wert von mindestens 101 gemessen wird.
$P(IQ \geq 101) = 46{,}02\%$

5.Bei Frauen zwischen 12 und 26 Jahren durchbricht der rechte obere Weisheitszahn mit mindestens einer Höckerspitze (gingivaler Durchbruch) das Zahnfleisch mit μ= 16,78 Jahre und σ= 3,21 Jahre (annähernd normal verteilt).
a)Ermittle ein symmetrisches Intervall um μ, in dem 95% der gingivalen Durchbrüche der rechten oberen Weisheitszähne liegen.
$95\% = 0.95 = P(10.4885 \leq Z \leq 23.0715)$
b)Welches Alter des gingivalen Durchbruchs wird von 10% der untersuchten Frauen unterschritten?
$10\% = 0.1 = P(Z \leq 12.6662)$
Circa 13 Jahre
c)Welches Alter des gingibalen Durchbruchs wird von nur 1% der untersuchten Frauen überschritten?
$1\% = 0.01 = P(Z \geq 24.2476)$
Mit circa 24 Jahren