



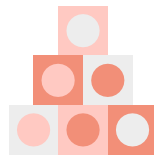
Geometria de les bombolles amb sabó

Xavier Espàrrrech, xesparre@xtec.cat

Enric Castellà, ecaste56@xtec.cat

21 de novembre de 2023

XIII Jornada les matemàtiques entre la secundària i la universitat



Treball realitzat també amb

Bernat Ancochea, bancoche@xtec.cat

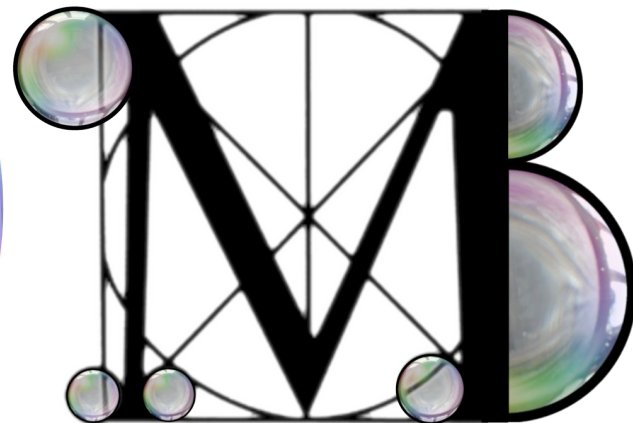


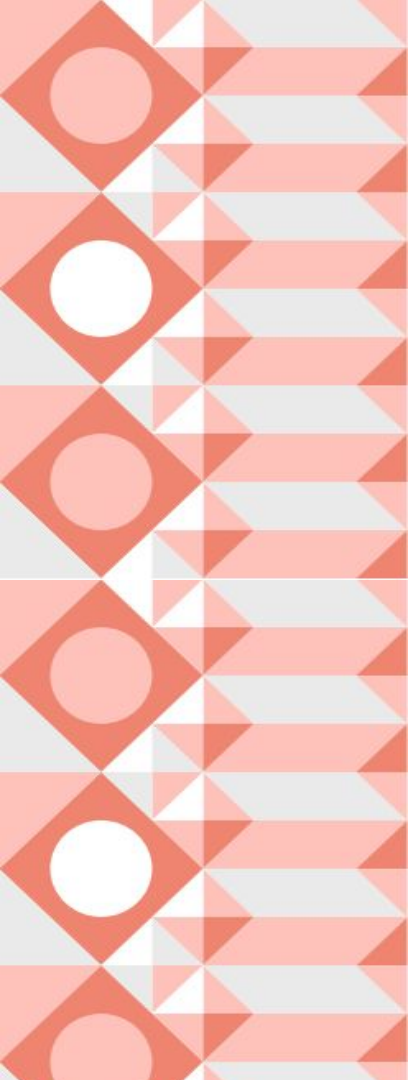
Basat en la xerrada de l'Anton Aubanell





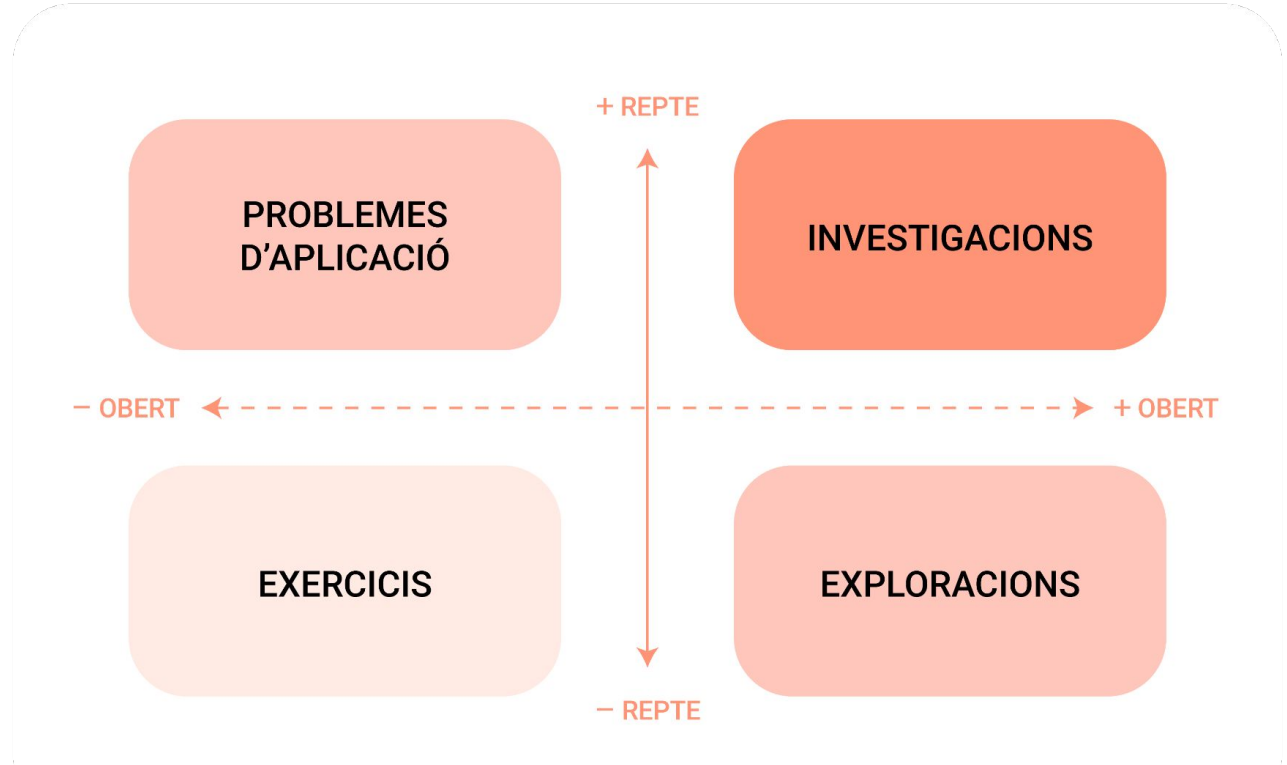
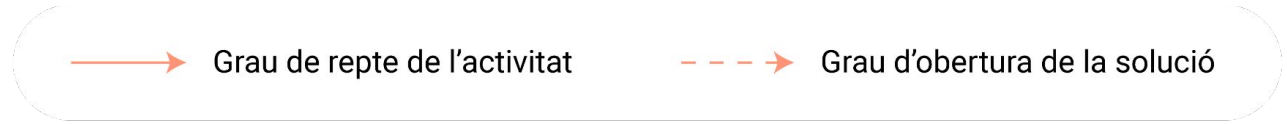
Jornada MAMBO
<http://mambo.feemcat.org>



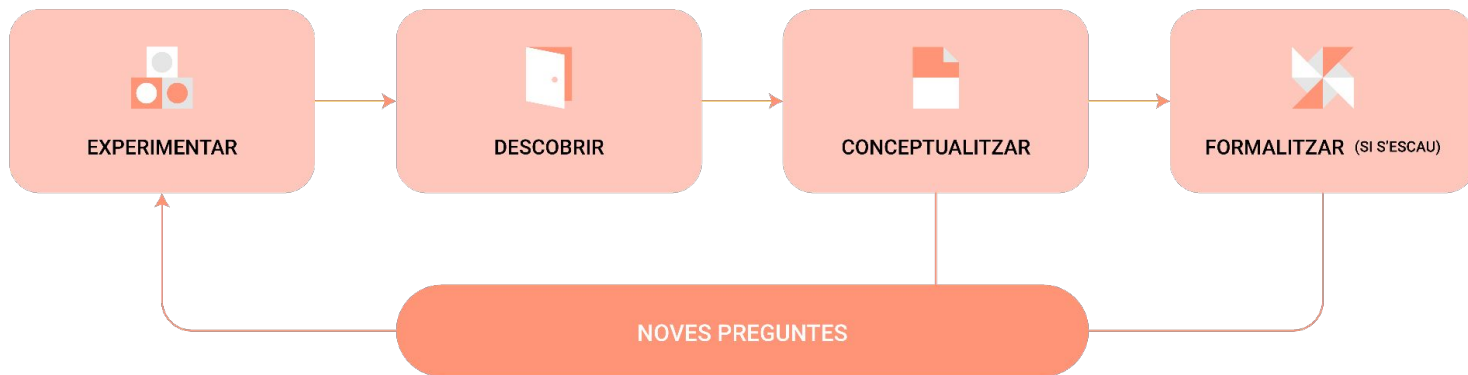


Marc en el que ens basem...

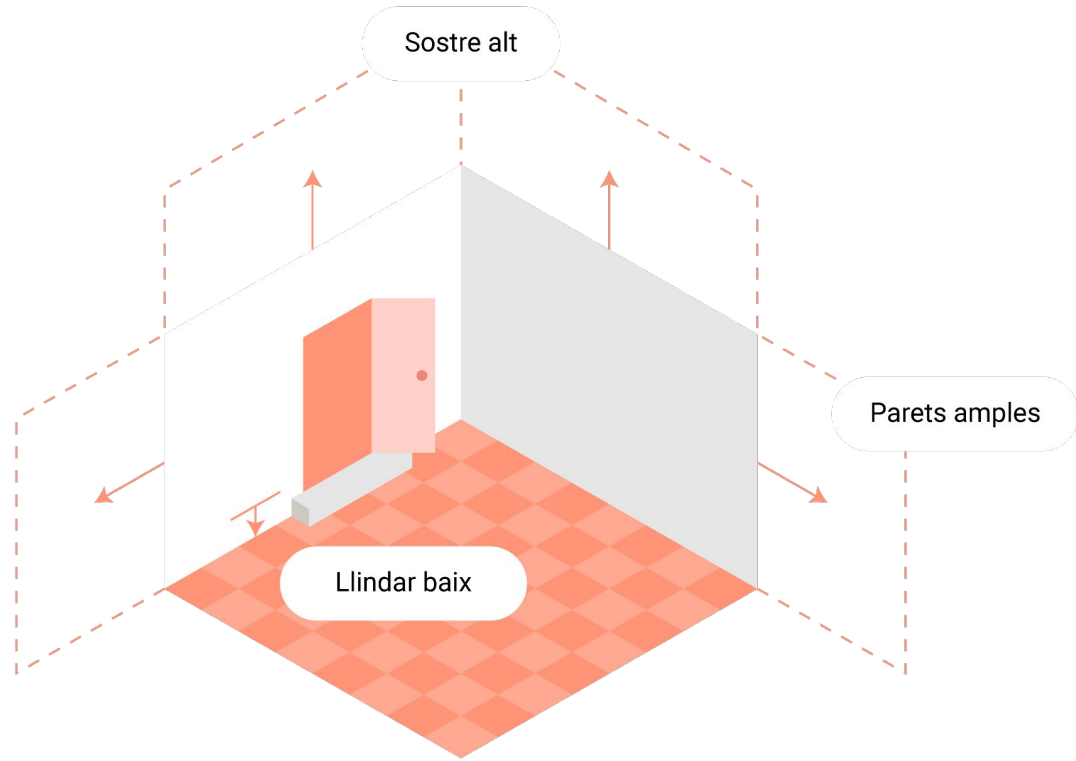
Tipologia d'activitats



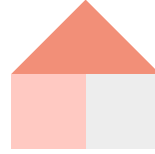
Cicle d'experimentació



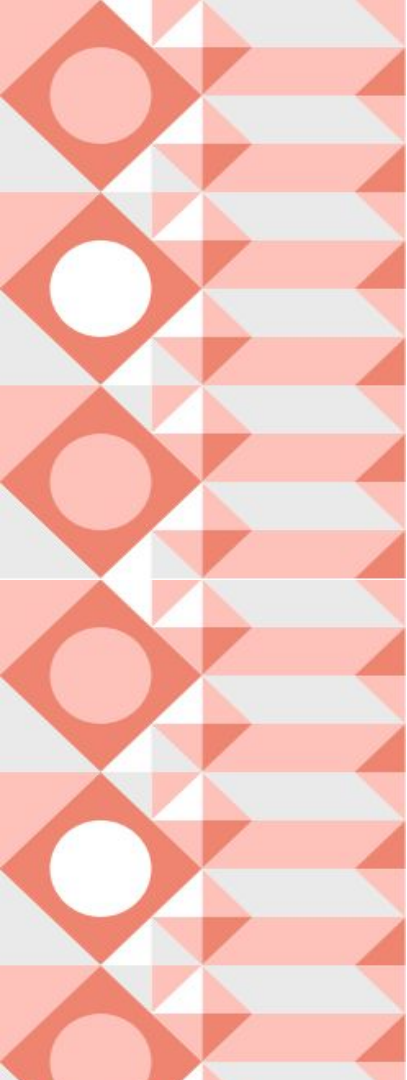
Llindar Baix
Sostre Alt
Parets Amples



Estructura de la sessió



- Tensió superficial
- 3 punts en el pla
- 4 punts en el pla
- 5 ... i 6 ... punts en el pla ... i més?



Tensió Superficial



Sentir
la
força

Como treballa la tensió?

Introduïm l'arc de circumferència amb un fil en una barreja de sabó...

Introduïm un aro de filferro en el sabó i afegim amb compte un fil lligat i punxem el forat



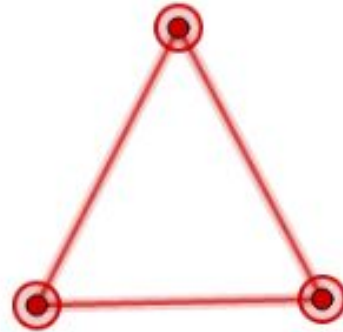
Sentir
la
força

Como treballa la tensió?

La barreja de sabó tendeix a crear estructures de superfície mínima. Per això estira el fil, aconseguint la mínima superfície per una perímetre concret.

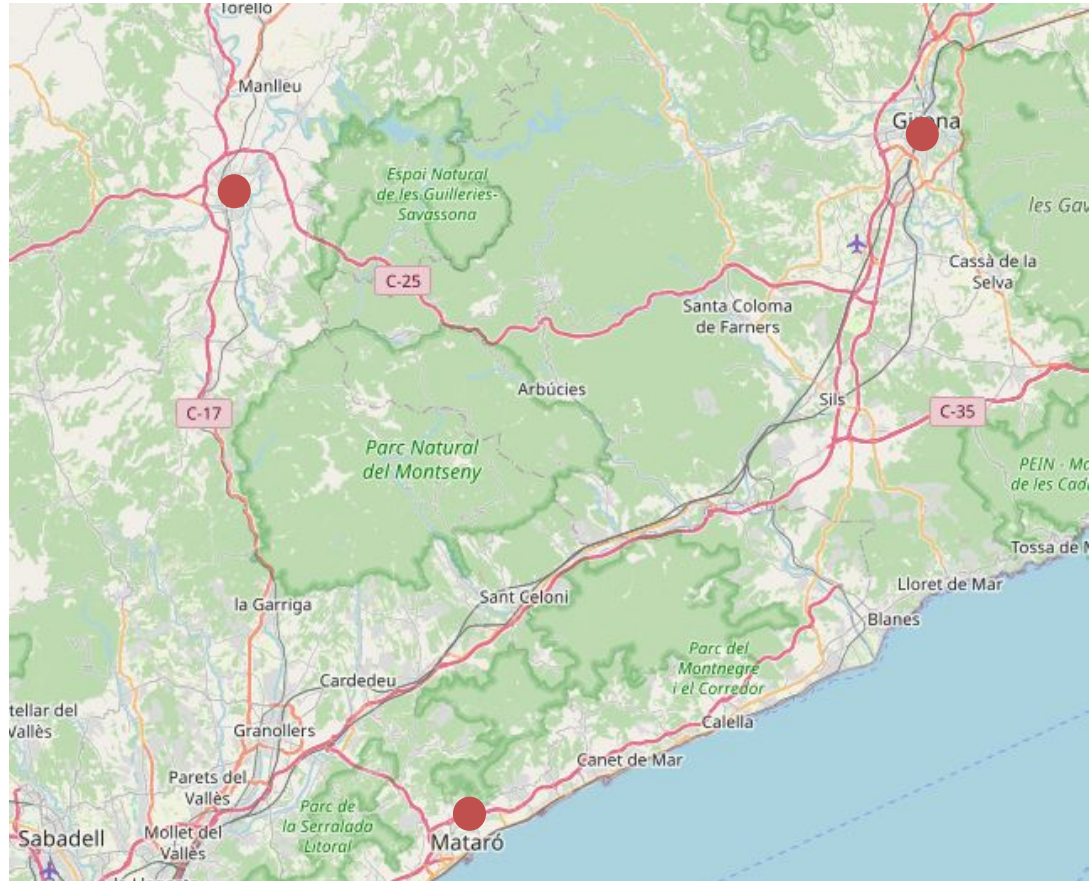


3 punts en el pla



Recorrido
mínimo entre 3
ciudades

Volem construir la carretera de recorregut mínim per poder
connectar **3** ciutats: Girona, Vic i Mataró.



Recorregut
mínim entre 3
ciutats

Experimentem amb llapis i paper

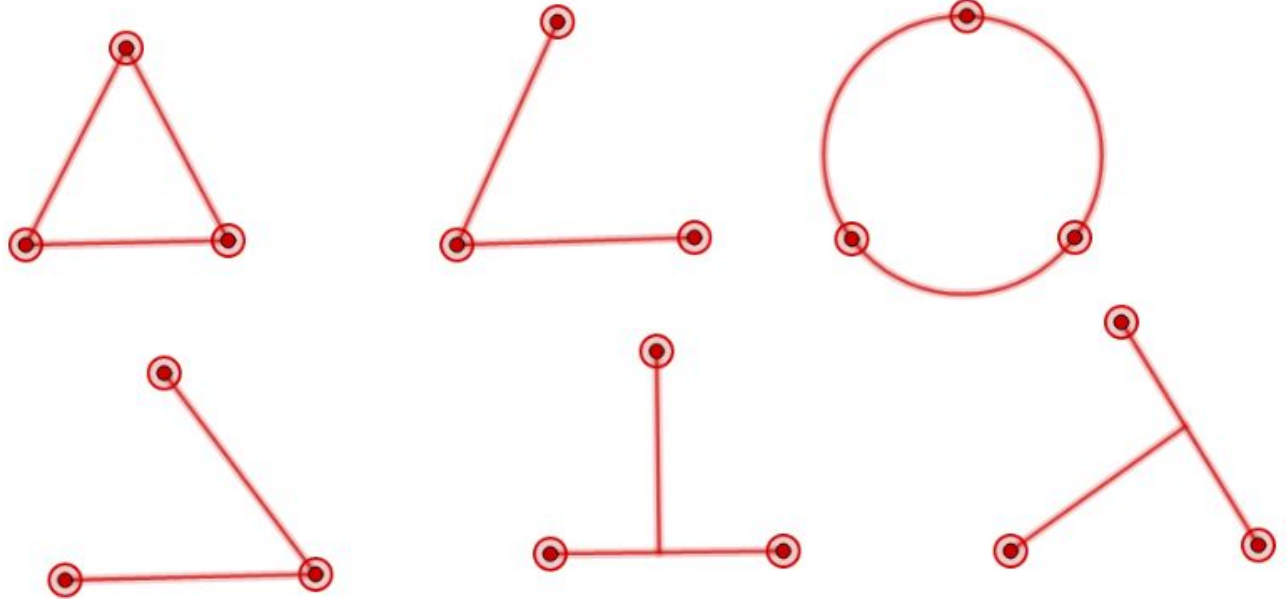
Marquem 3 punts sobre un paper, dibuixem i
mesurem les diferents opcions.



Recorregut
mínim entre 3
ciutats

Experimentem amb llapis i paper

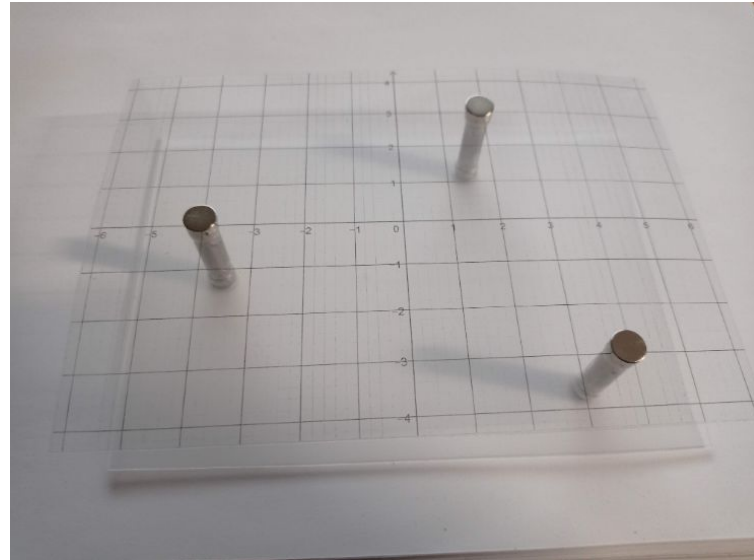
Marquem 3 punts sobre un paper, dibuixem i
mesurem les diferents opcions.



Recorregut
mínim entre 3
ciutats

Experimentem amb sabó

Utilitzem 3 imants sobre una transparència amb una graella impresa i la submergim en el sabó perquè ens doni la resposta a la pregunta: Quina és la *superfície mínima* que uneix els tres punts?



Recorregut
mínim entre 3
ciutats

Experimentem amb sabó

Què observem?

Si es mouen els punts, com canvia la forma de la bombolla?

Sempre es comporta de la mateixa manera?

Què es manté? Trobes algun patró?

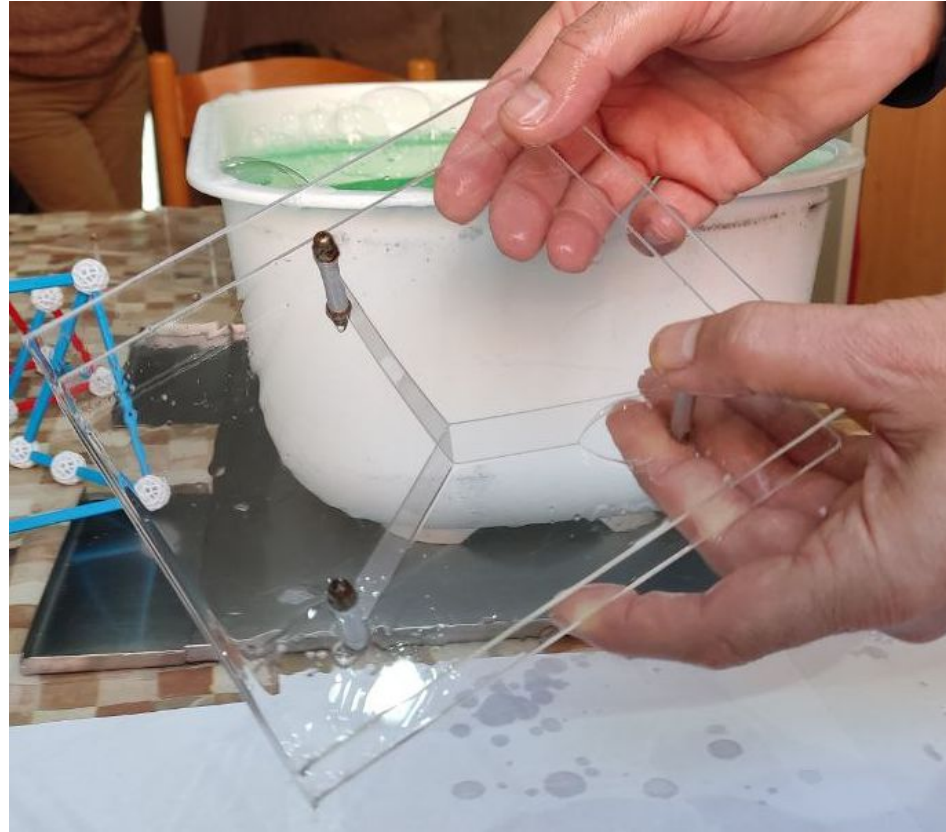
Hi ha casos límit?



Recorregut
mínim entre 3
ciutats

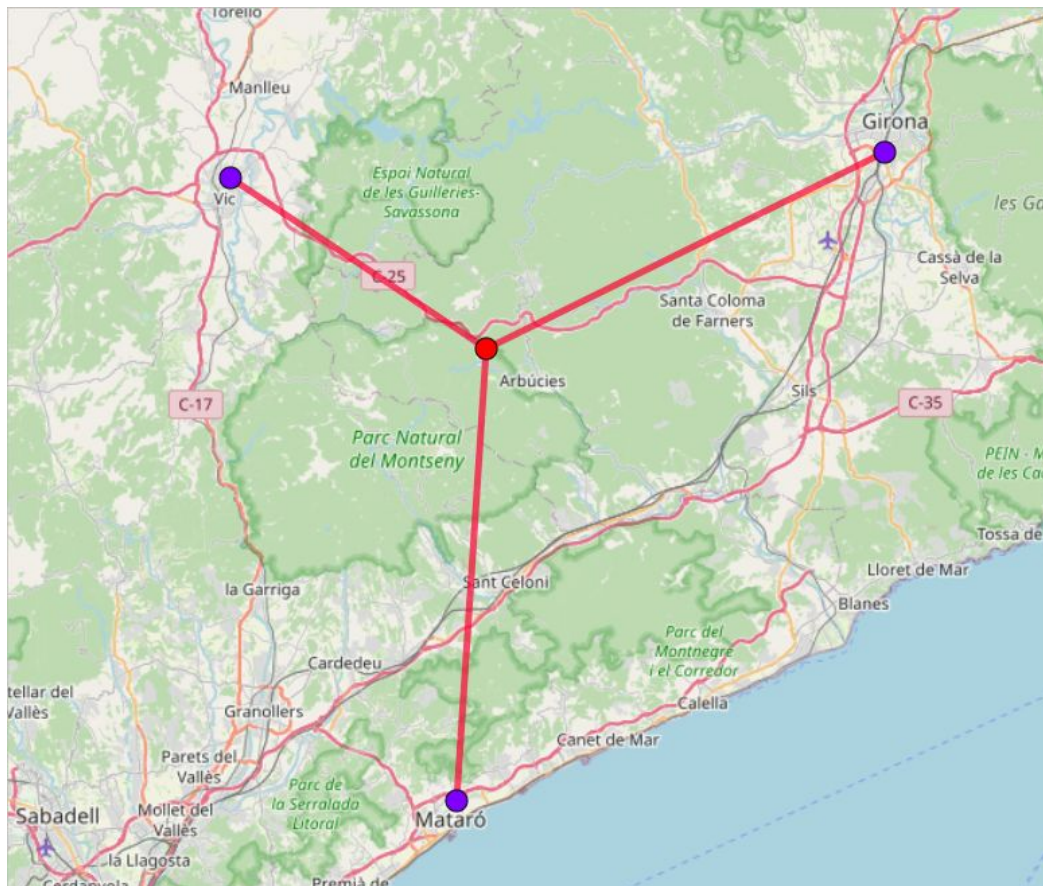


Experimentem amb sabó



Experimentem amb GeoGebra

Recorregut
mínim entre 3
ciutats



Recorregut
mínim entre 3
ciutats

Experimentar amb GeoGebra

Proposem dues maneres per experimentar amb GeoGebra:

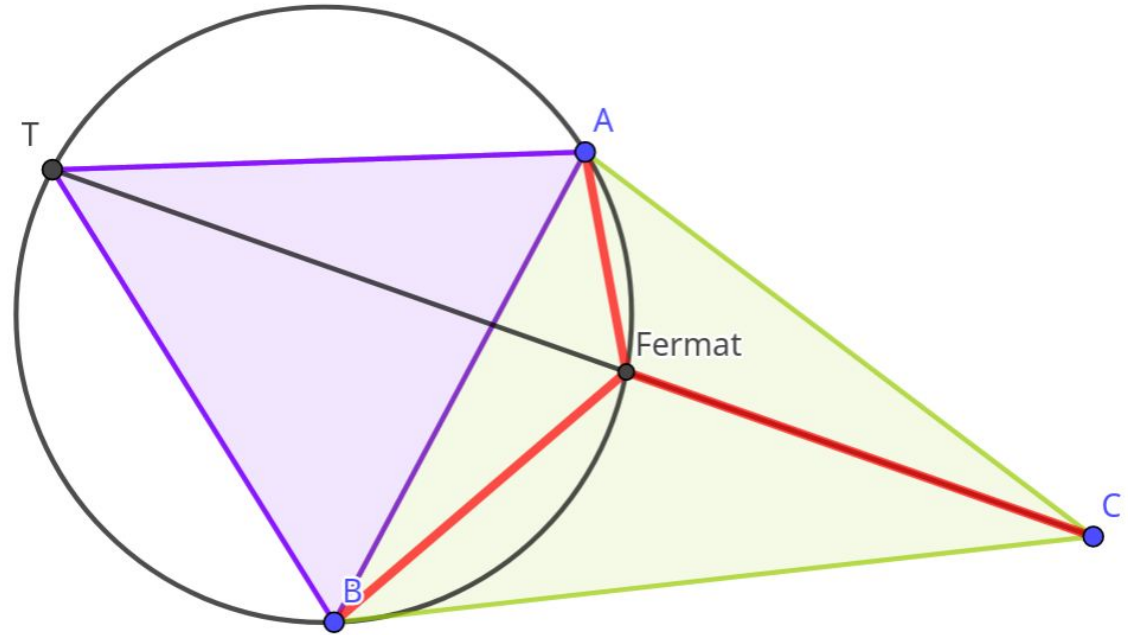
- Imprimir en una transparència una graella i treballar sobre els valors directament al GeoGebra
- Fer una foto cenital de la construcció i afegir la imatge al GeoGebra i treballar sobre la imatge

<http://ja.cat/MAMBO2D3D>



Recorregut
mínim entre 3
ciutats

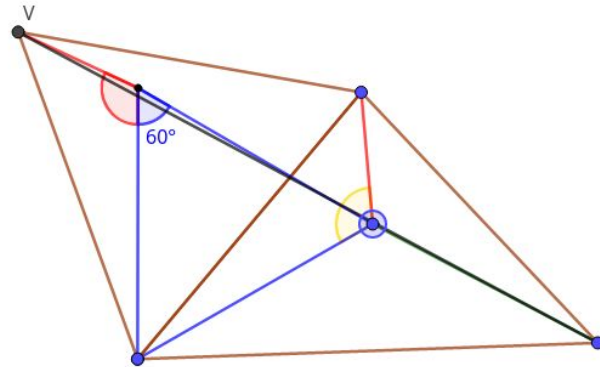
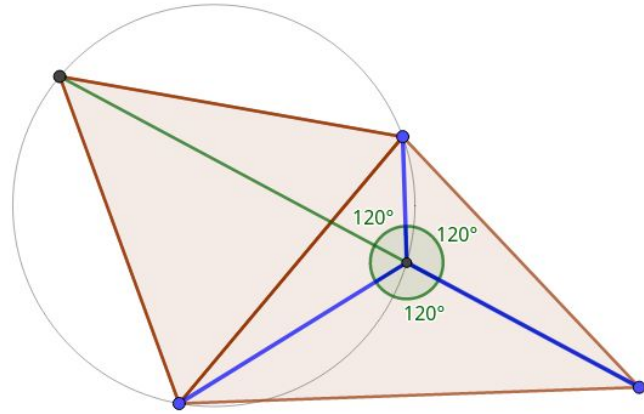
Experimental amb GeoGebra



Recorregut
mínim entre 3
ciutats

Experimental amb GeoGebra

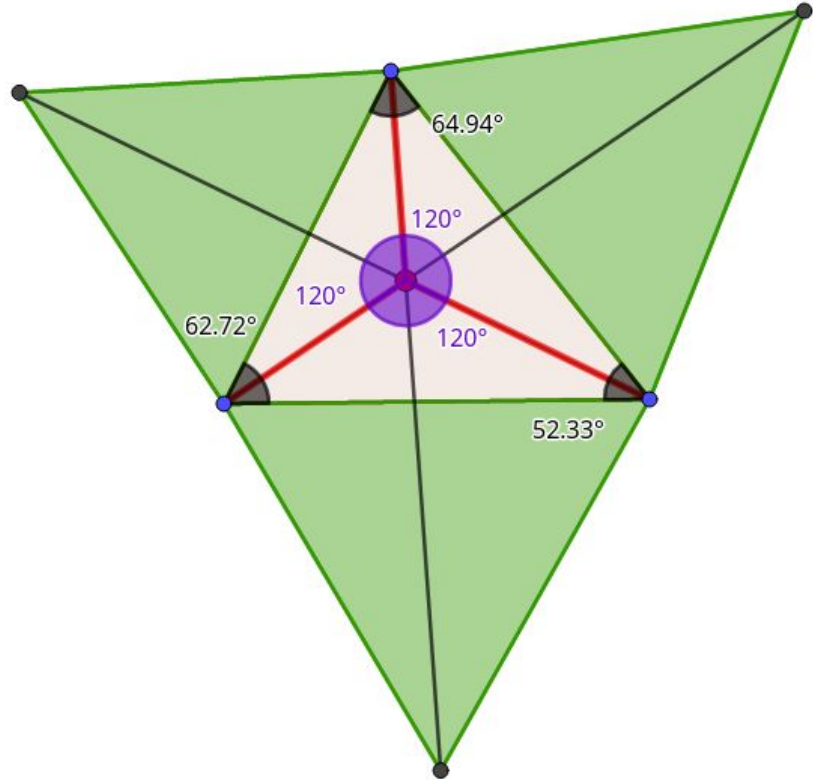
Demostració

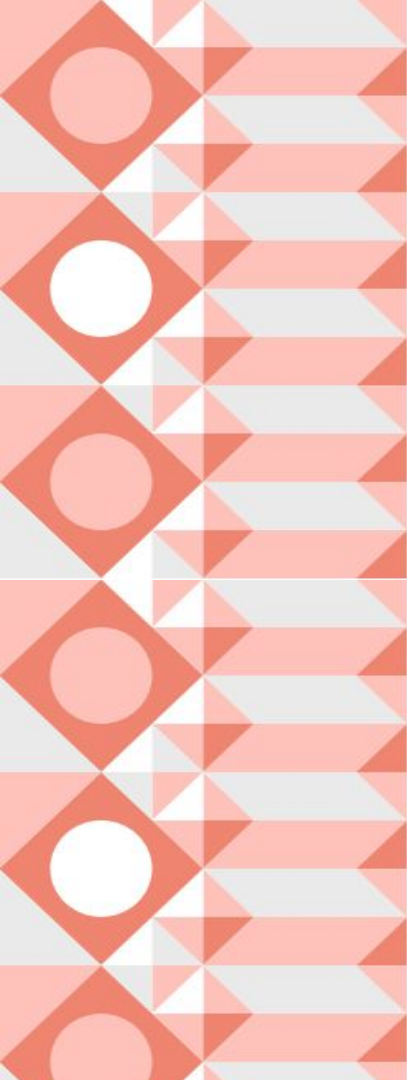


Recorregut
mínim entre 3
ciutats

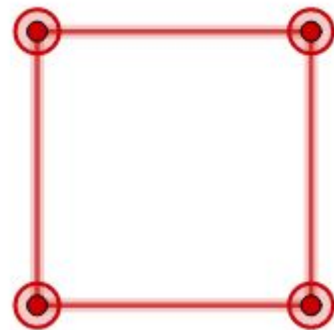
Experimental amb GeoGebra

Casos Límit



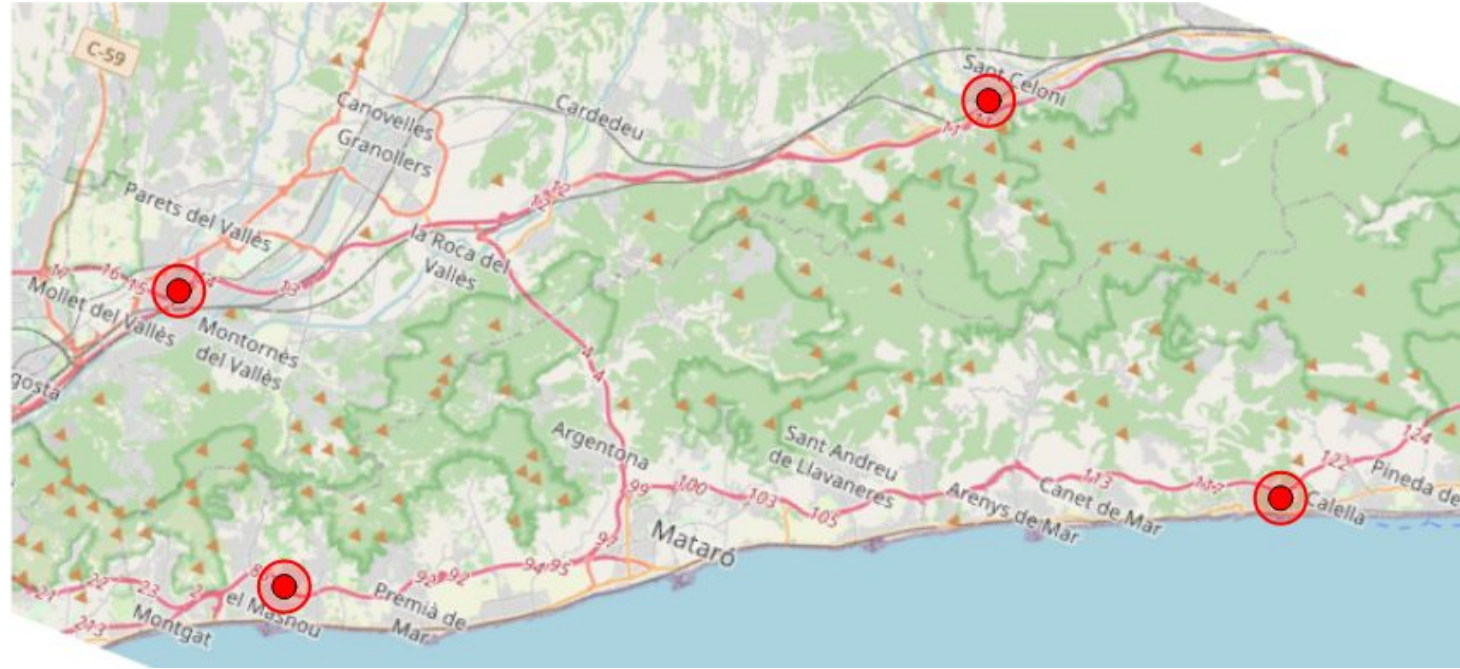


4 punts en el pla



Recorregut
mínim entre 4
ciutats

Volem construir la carretera amb recorregut mínima per connectar
4 ciutats: Mollet del Vallès, El Masnou, Calella y Sant Celoni.



Recorregut
mínim entre 4
ciutats

Experimentem amb llapis i paper

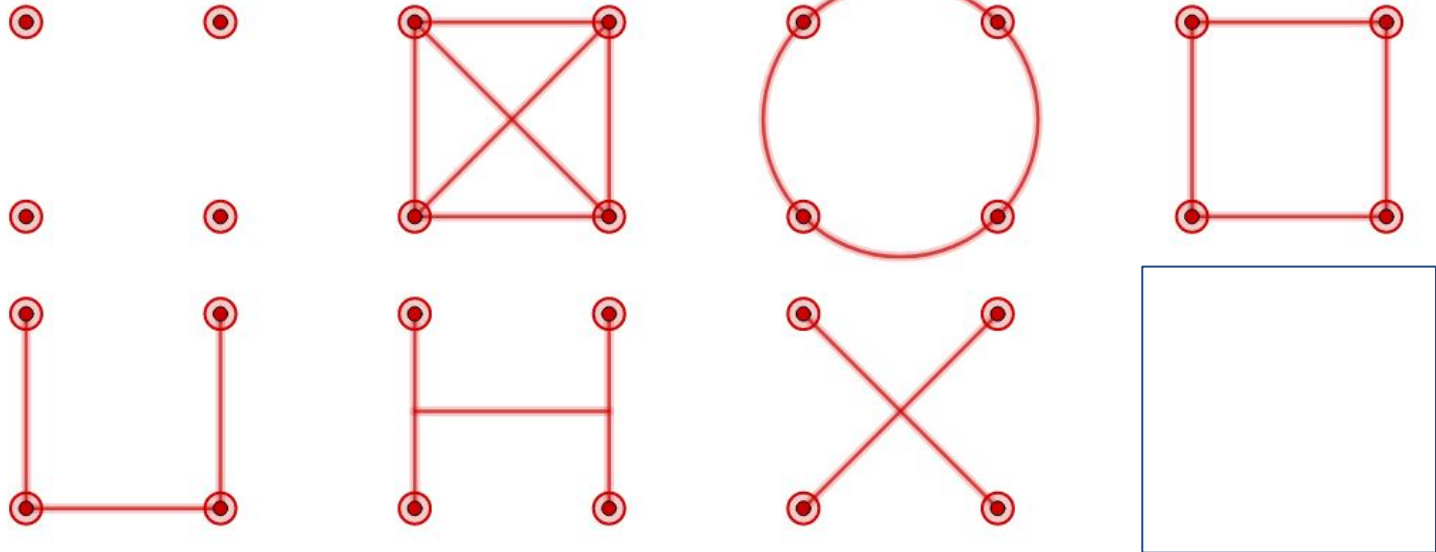
Marquem 4 punts sobre un paper, dibuixem i
mesurem les diferents opcions.



Recorregut
mínim entre 4
ciutats

Experimentem amb llapis i paper

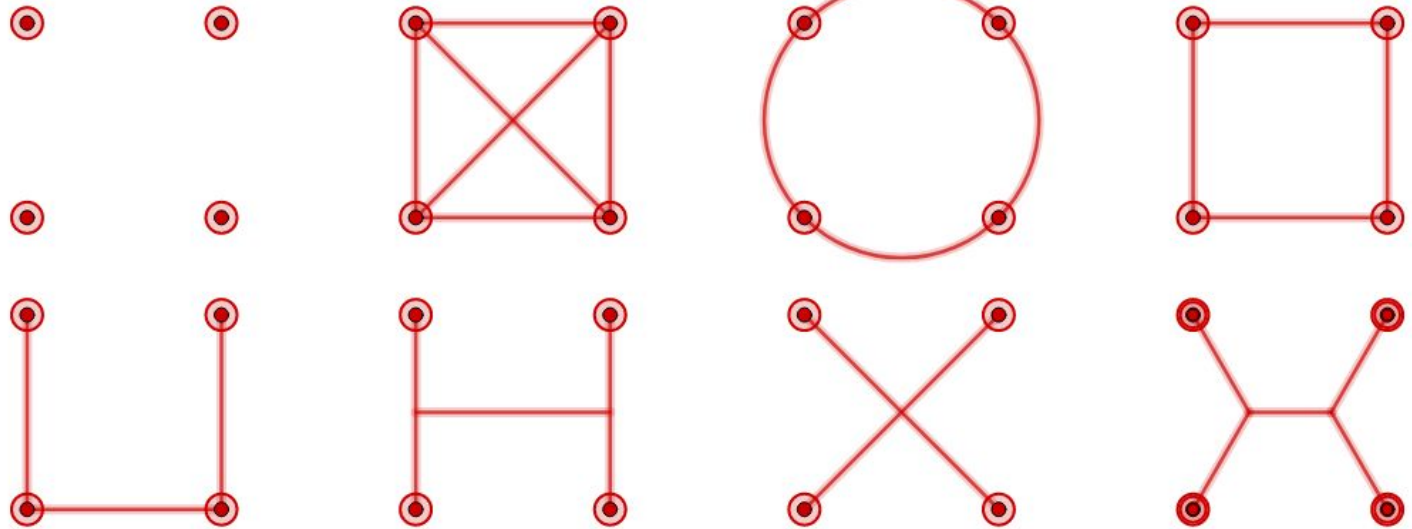
Posem 4 punts sobre un paper, dibuixem i mesurem les diferents opcions.



Recorregut
mínim entre 4
ciutats

Experimentem amb llapis i paper

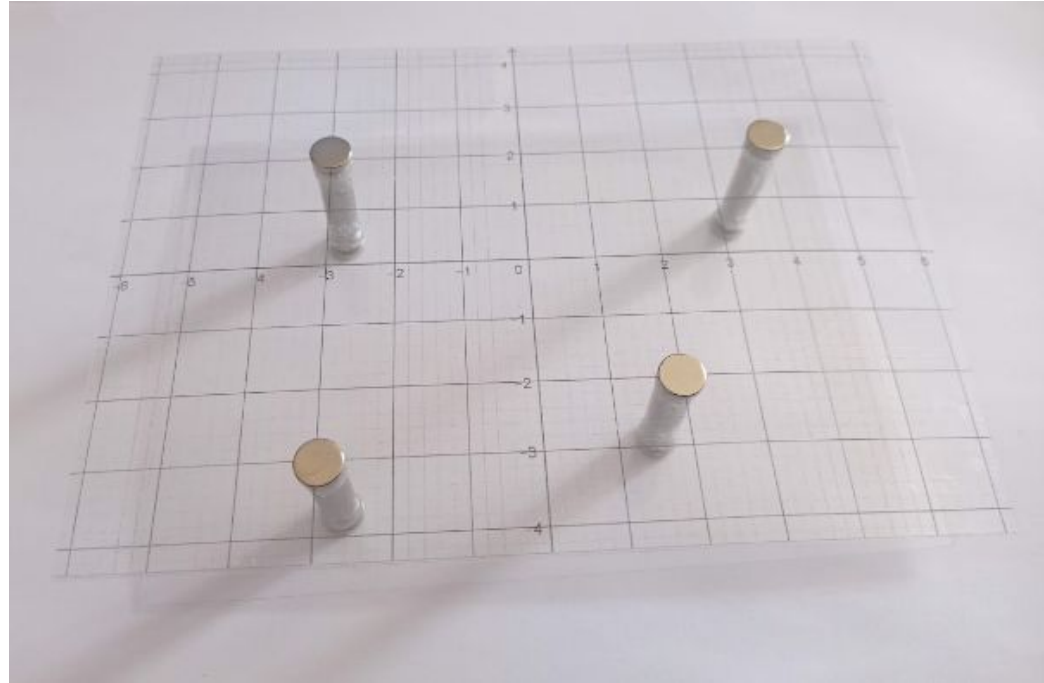
Posem 4 punts sobre un paper, dibuixem i mesurem les diferents opcions.



Recorregut
mínim entre 4
ciutats

Experimentem amb sabó

Repetim el procés amb 4 imants



Recorregut
mínim entre 4
ciutats

Experimentem amb sabó

Què observem?

Si es mouen els punts, com canvia la forma de la bombolla?

Sempre es comporta de la mateixa forma?

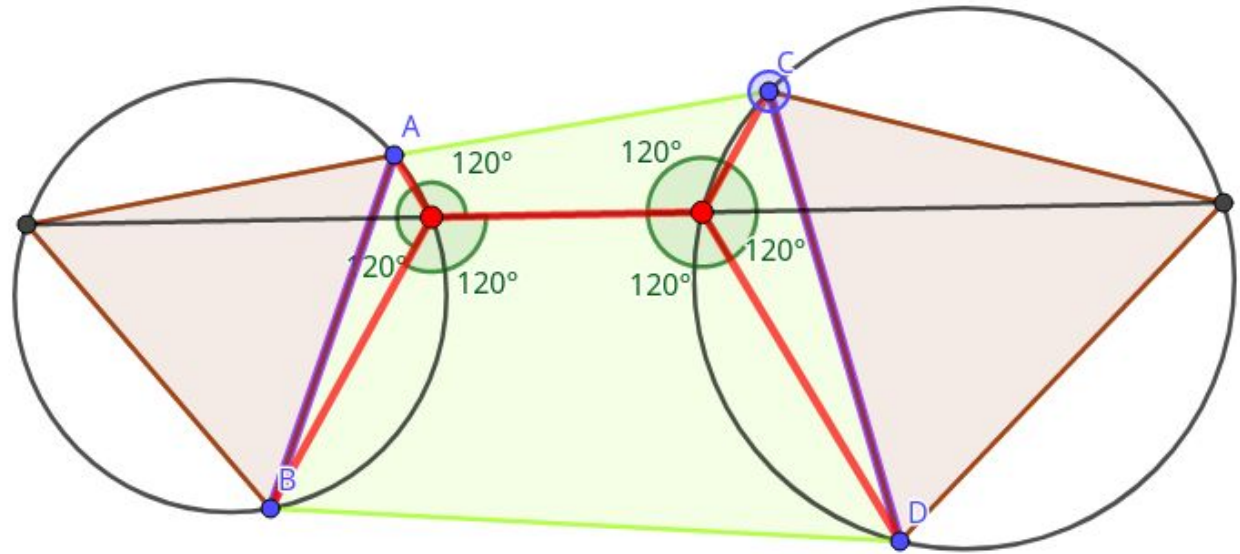
Què es manté? Trobes algun patró?

Hi ha casos límit?



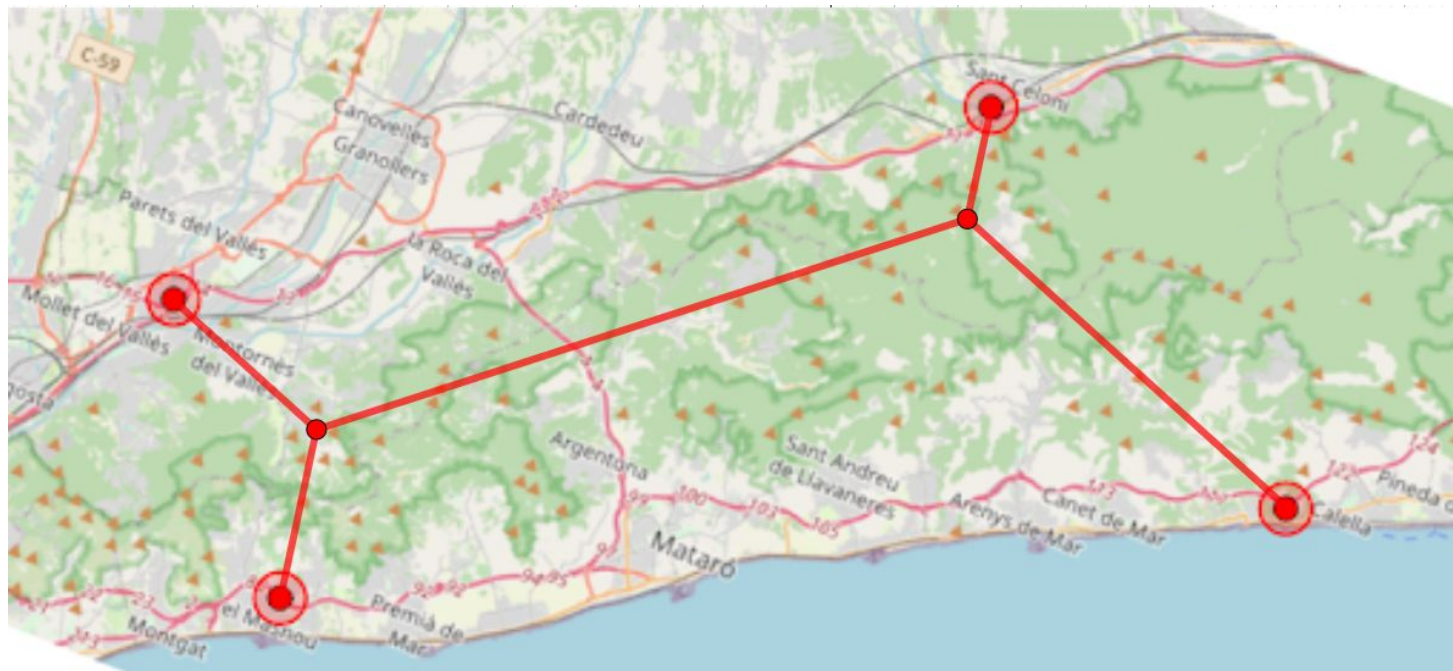
Recorregut
mínim entre 4
ciutats

Experimentem amb GeoGebra



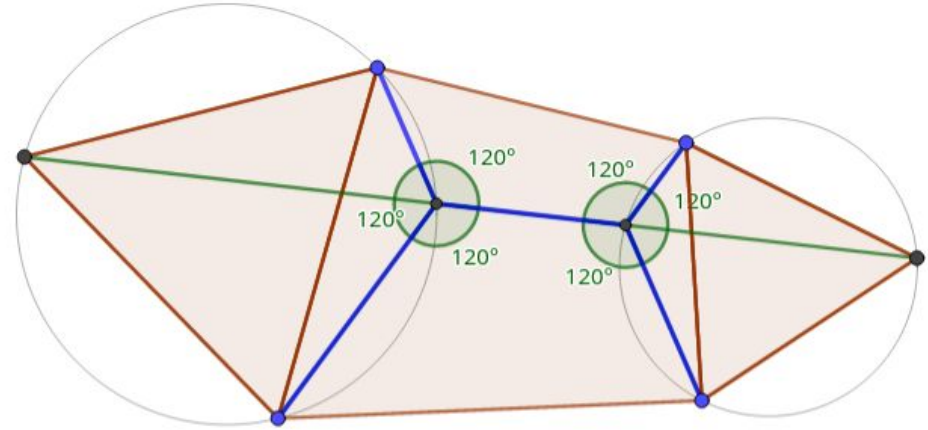
Experimentem amb GeoGebra

Recorregut
mínim entre 4
ciutats

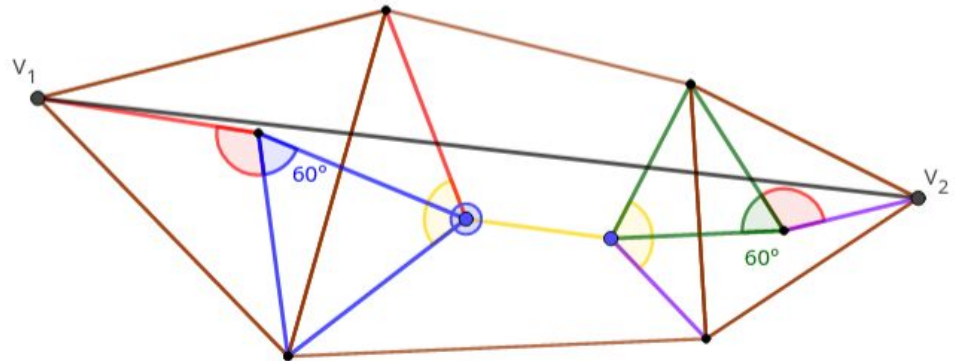


Recorregut
mínim entre 4
ciutats

Experimentem amb GeoGebra



Demostració



Recorregut
mínim entre 4
ciutats

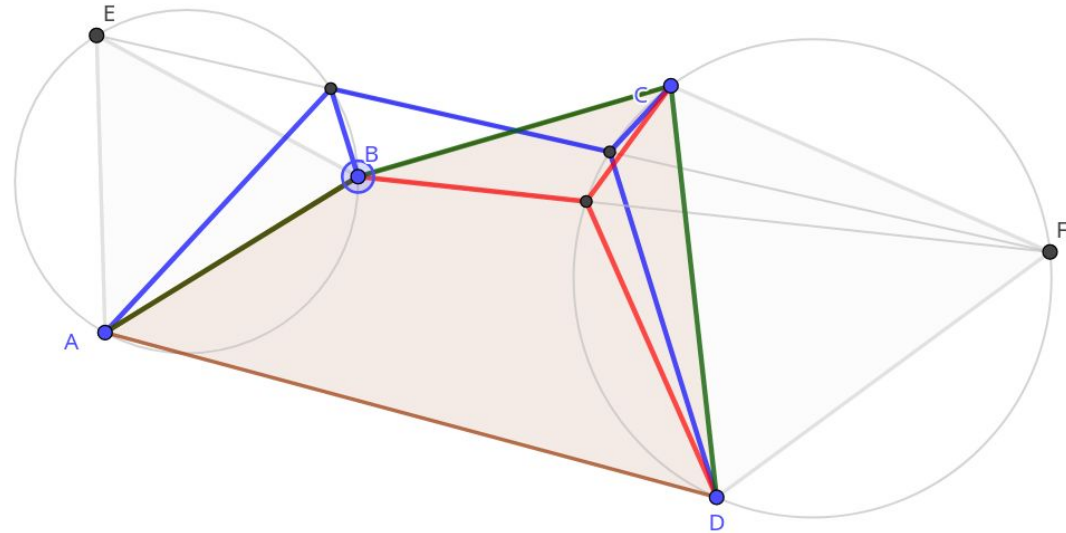
Experimentem amb GeoGebra

Suma = 16.23

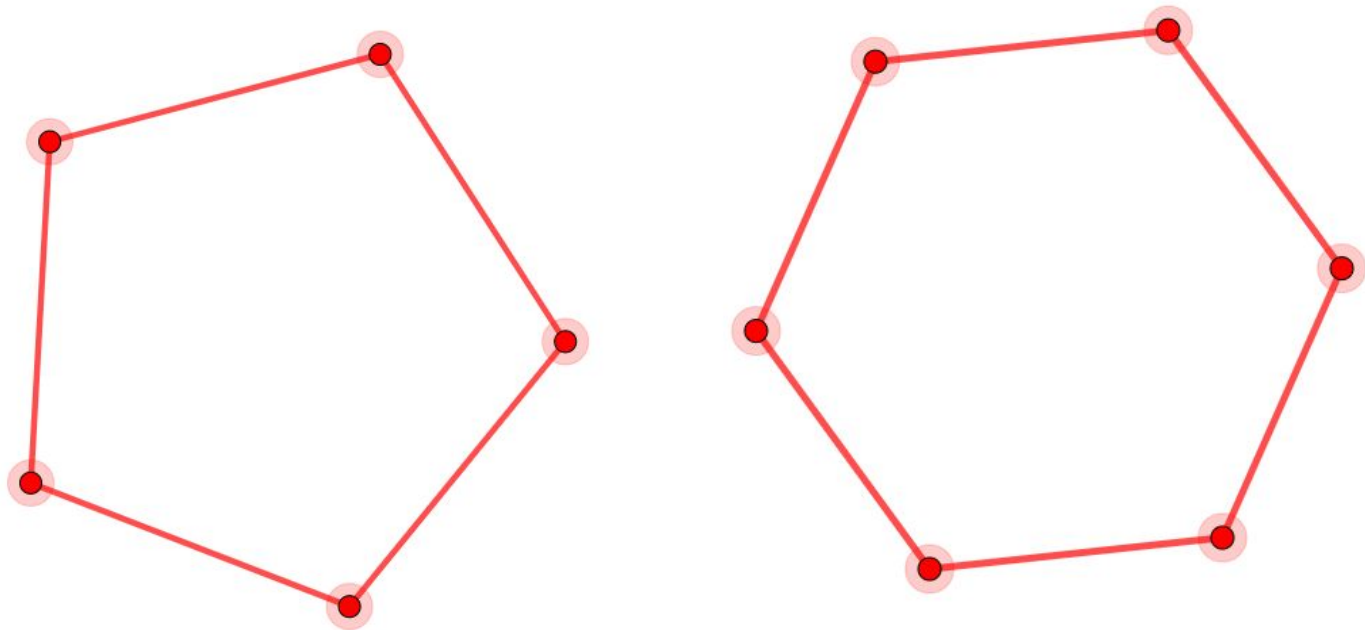
Suma = 13.87

Suma = 14.48

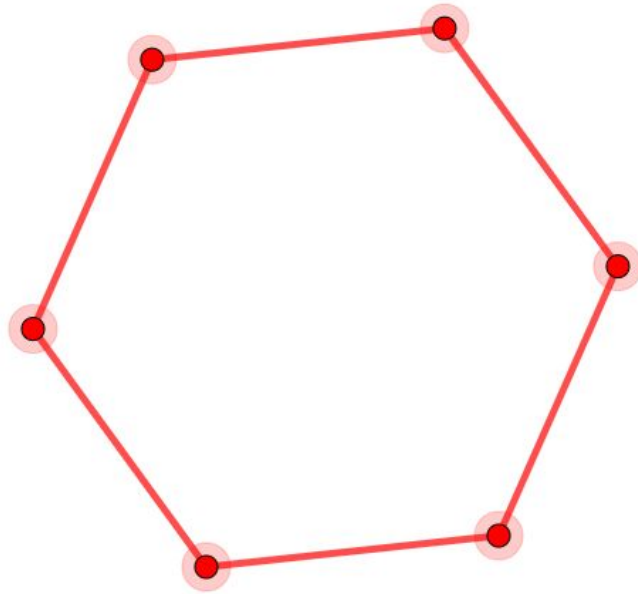
Casos Límit



5 i 6 punts en el pla ... I més?



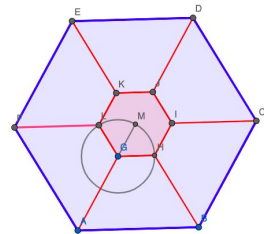
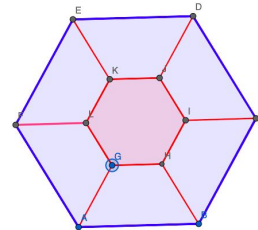
El cas estrany ... de l'hexàgon regular



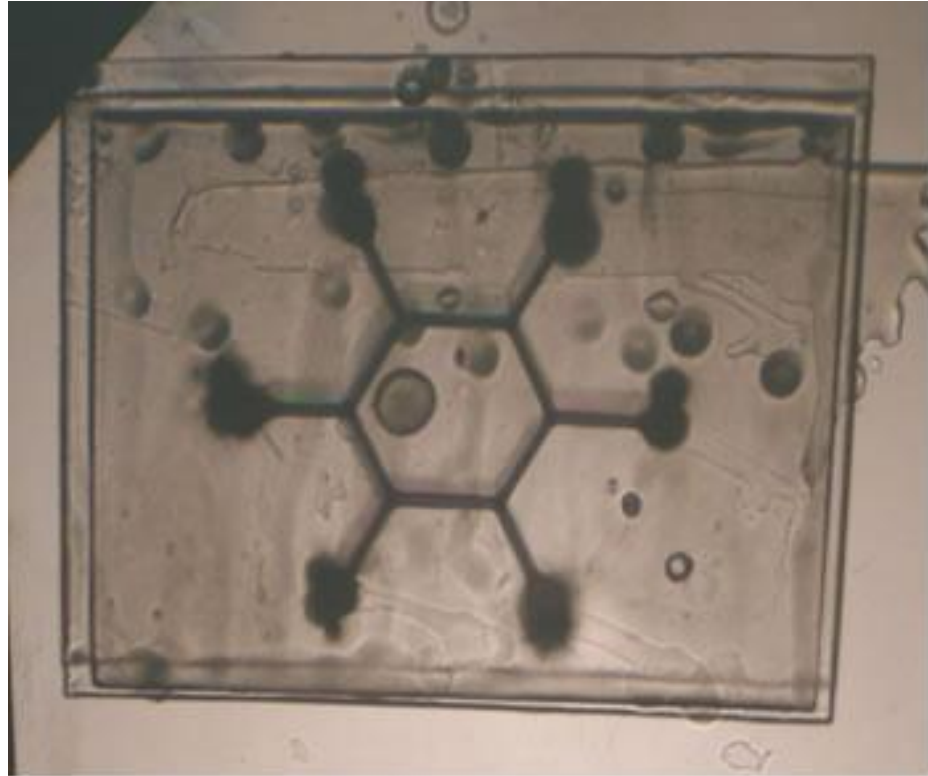
Els angles del polígon són de 120°

Serà el perímetre el camí més curt que uneix els 6 vèrtexs?

Què passa en aquest altre cas?



El cas estrany ... de l'hexàgon regular



Experimentem amb paper

Marquem 5 o 6 punts sobre un paper i dibuixem les diferents opcions.

Experimentem amb sabó

Explorem?

Busquem els patrons?

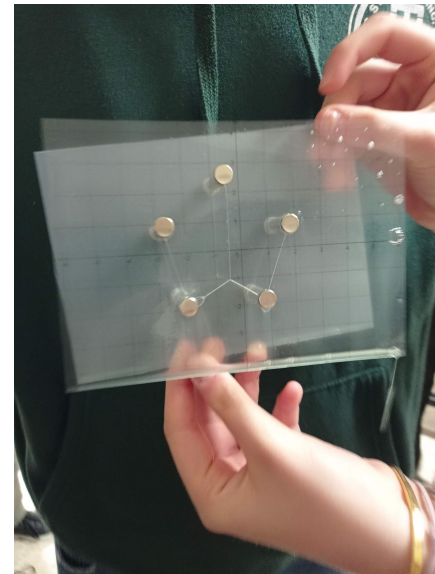
Totes les solucions són mínimes absolutes?

Recorregut
mínim entre 5 o
6 punts



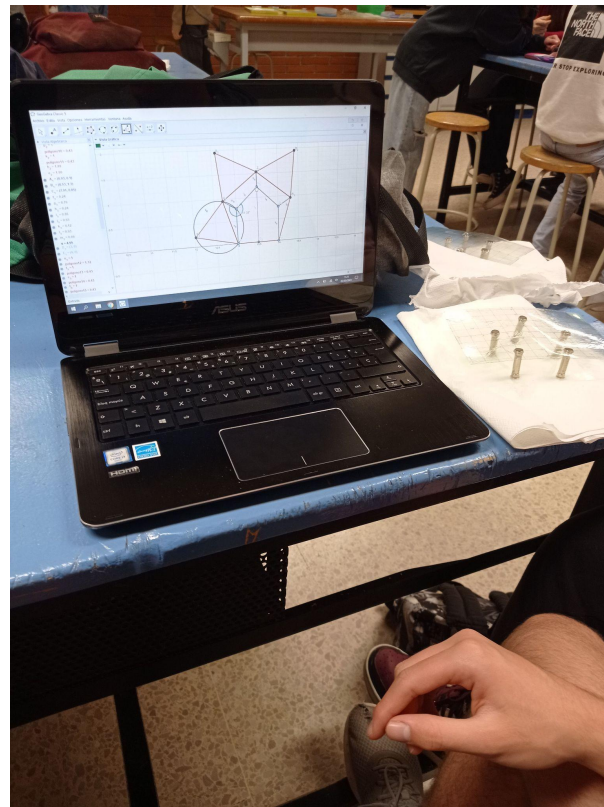
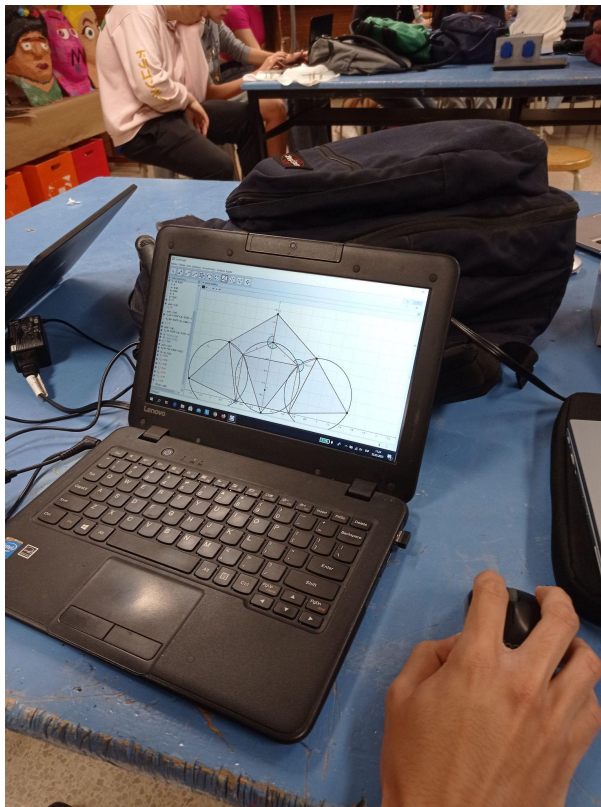
Experiència a l'aula

Recorregut
mínim entre 5 o
6 punts



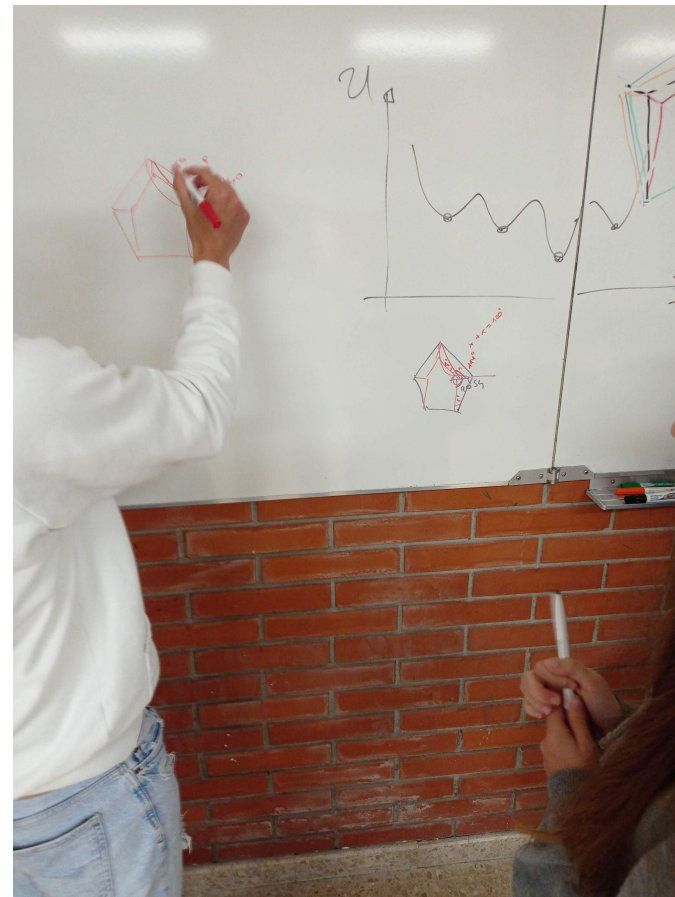
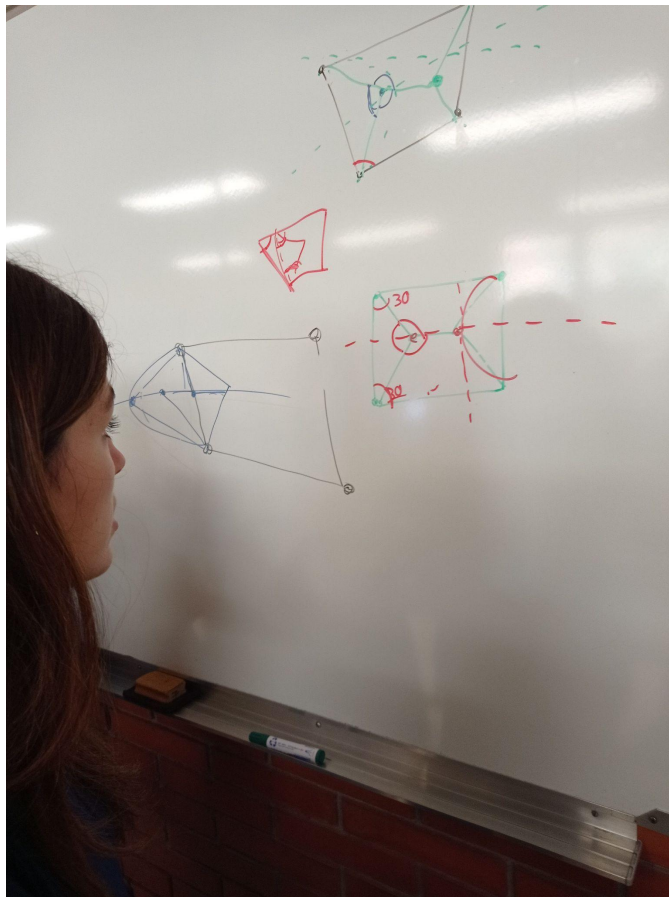
Experiència a l'aula

Recorregut
mínim entre 5 o
6 punts



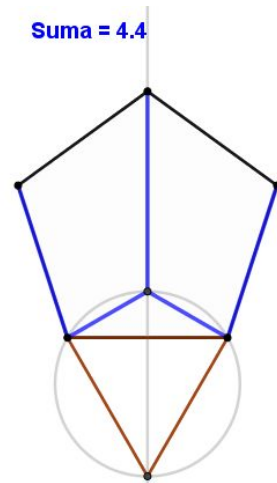
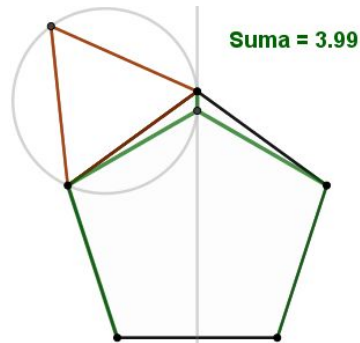
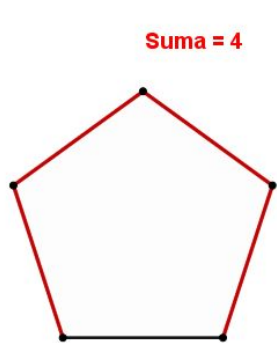
Experiència a l'aula

Recorregut
mínim entre 5 o
6 punts



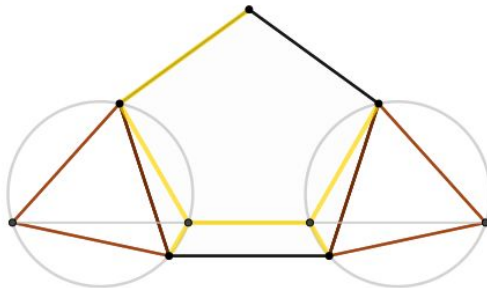
Soluciones del pentágono regular

Recorregut
mínim entre 5 o
6 punts

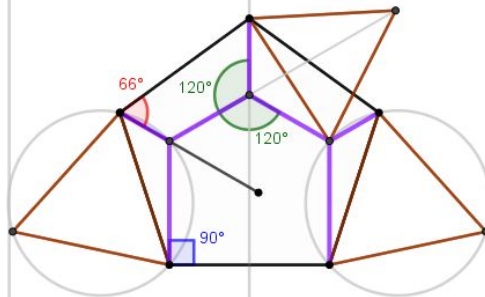


Longituds

Suma = 3.96



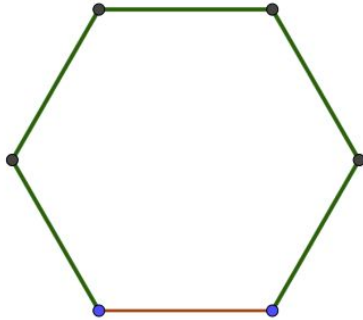
Suma = 3.89



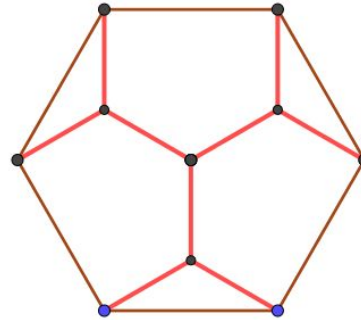
Soluciones de l'hexàgon regular

Recorregut
mínim entre 5 o
6 punts

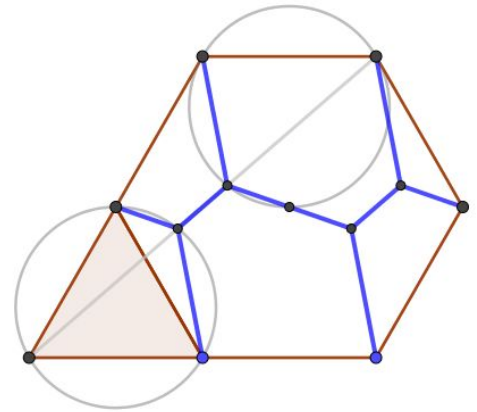
Suma = 5



Suma = 5.2

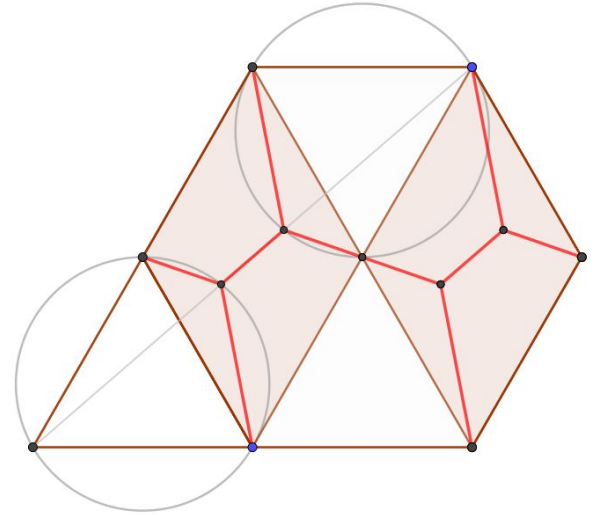
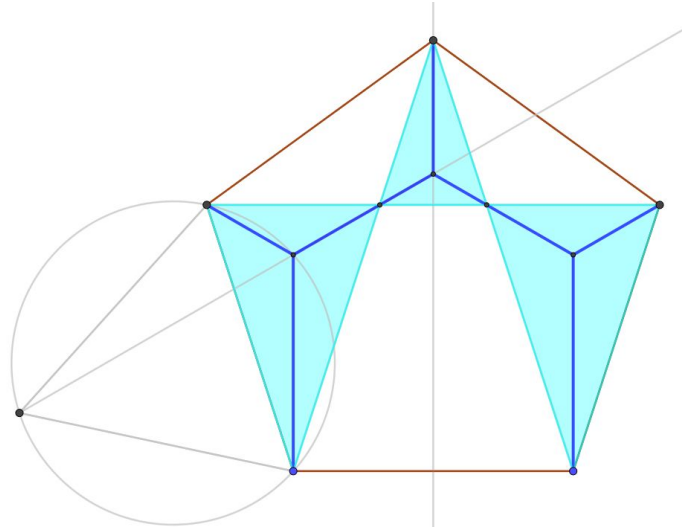


Suma = 5.29



Conjectura

Recorregut
mínim entre 5 o
6 punts



Sempre es pot reduir el problema a triangles i quadrilàters?

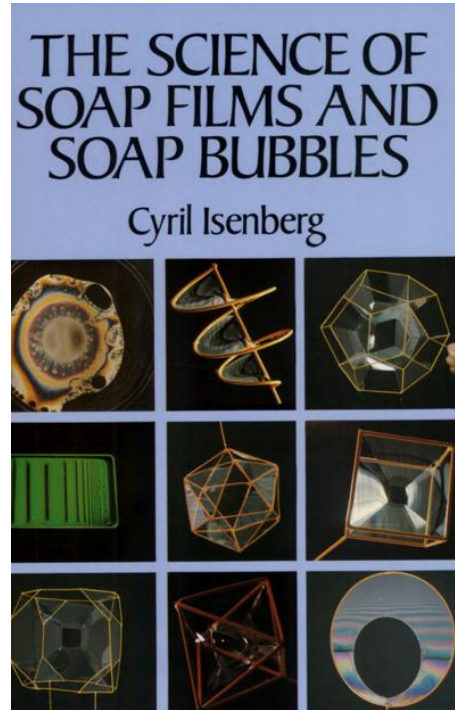


Bibliografia

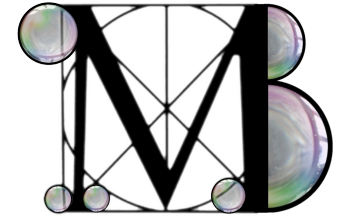
[Manual de Pep Bou](#) para fer Bombolles de Sabó

[Estudi sobre Bombolles](#) de Juan Bragados Rodríguez

Activitats per l'aula de l'Anton Aubanell a l'[ARC](#) i [UViC](#)



**"The Science of Soap
Films and Soap Bubbles"
de Cyril Isenberg**



[Jornada MAMBO](#)



Moltes Gràcies!

xesparre@xtec.cat,
ecaste56@xtec.cat i
bancoche@xtec.cat

Presentació:

<http://ja.cat/mamboabeam>

Llibre de GeoGebra:

<http://ja.cat/mambo2d3d>