

## DEFINIÇÕES BÁSICAS SOBRE MATRIZES

Bloco retangular de termos que geram expressões, equações, mas não um número, de modo que possamos montar sistemas de determinantes a fim de encontrar a sua razão ou solução.

O teorema ou o uso das matrizes tiveram seu desenvolvimento com vários matemáticos, mas em especial podemos mencionar Cayley que com outros matemáticos do século XVIII e XIX transportaram a representação geométrica da matriz (por meio da teoria das formas quadráticas) -que é a área de um paralelogramo se tratando de um espaço bidimensional ou o volume de um paralelepípedo se tratando de um espaço tridimensional-, para a notação matricial que é o que pretendemos fazer neste livro, através da notação matricial perceber o que estes matemáticos já sabiam e que pouco pude perceber.

O estudo das matrizes exige que tomemos elementos básicos a seu estudo, tais como:  $N=(1,2,3,4\dots)$  o conjunto dos números naturais, o produto cartesiano de naturais e naturais escrito como  $N \times N = \{(a,b): a \text{ e } b \text{ são números naturais}\}$  e  $S_{mn} = \{(i,j): 1,=i,=m, 1,=j,=n\}$  ou seja, para cada elemento  $a_{ij}$  tem se que  $i$  varia de 1 á  $m$  e  $j$  varia de 1 a  $n$  sendo “ $m$ ” e “ $n$ ” respectivamente o número de linhas e colunas da matriz  $A$ .

Observação:

“ $m$ ” e “ $n$ ” são a ordem da matriz  $A$ ,  $m$  linhas e  $n$  colunas;

Cada elemento de uma matriz será representado por  $a_{ij}$  ou  $b_{ij}$  ou  $c_{ij}$  conforme a matriz e sua posição na matriz, ou seja, um elemento estará na 2° linha e 3° coluna quando estiver representado por  $c_{23}$ .

A notação de uma matriz será dada por  $A=(a_{ij})$  para todo elemento da matriz  $A$  localizada na ordem  $m$  linhas e  $n$  colunas.

Assim sua representação matricial será:

$$A = \begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & \dots & a_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & b_{23} & \dots & b_{2n} \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ \cdot & \cdot & \cdot & \dots & \cdot \\ c_{m1} & c_{m2} & c_{m3} & \dots & c_{mn} \end{pmatrix} \quad m \times n$$

Beleza, como este curso não é uma introdução ao curso de matrizes, vamos encurtar um pouco para entrarmos no que realmente nos interessa, a representação e o estudo das matrizes no software.

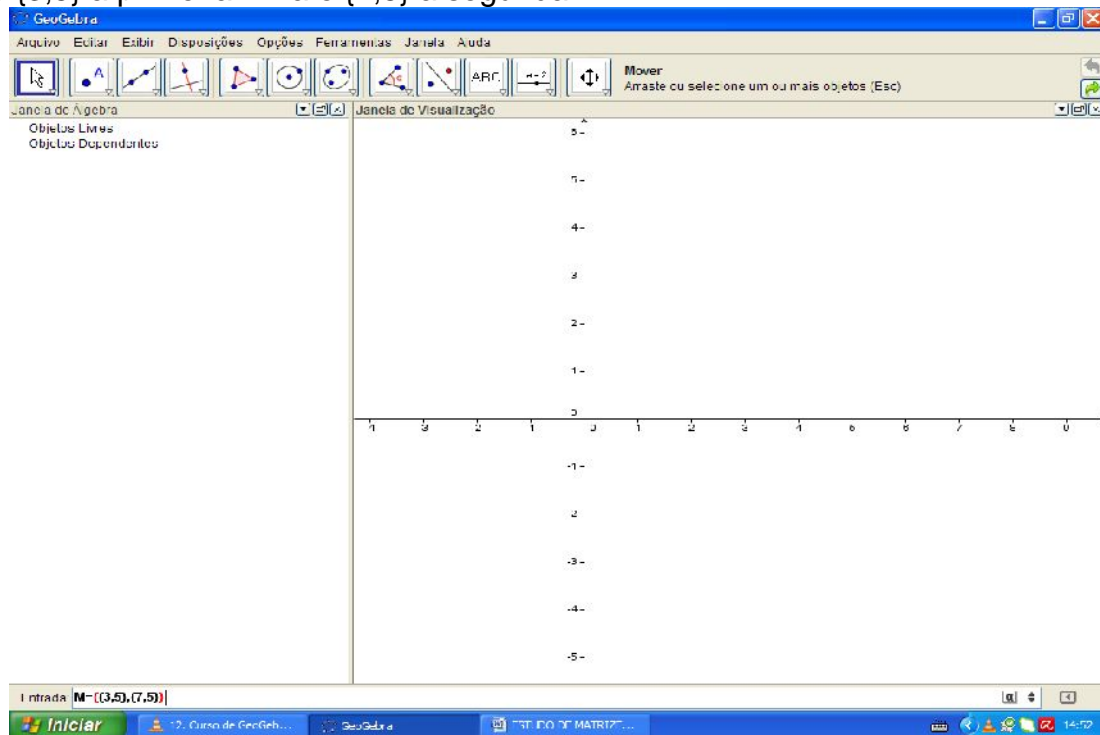
Abra o software GeoGebra, na página em branco vamos deixar o eixo e a janela de álgebra aparecendo.

Para que possamos inserir uma matriz dois por dois (2x2) precisamos digitar na janela de entrada a matriz conforme exemplo abaixo:

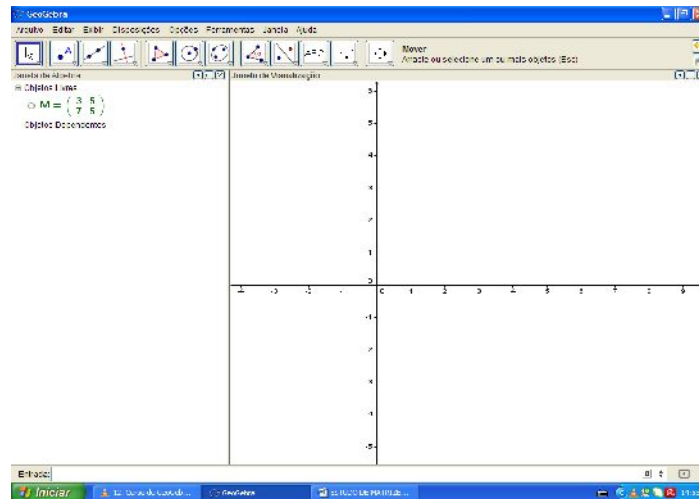
Seja a matriz  $M = \begin{pmatrix} 3 & 5 \\ 7 & 5 \end{pmatrix}$  a matriz quadrada de ordem 2x2.

Digite na janela de entrada  $M = \{\{3,5\},\{7,5\}\}$ .

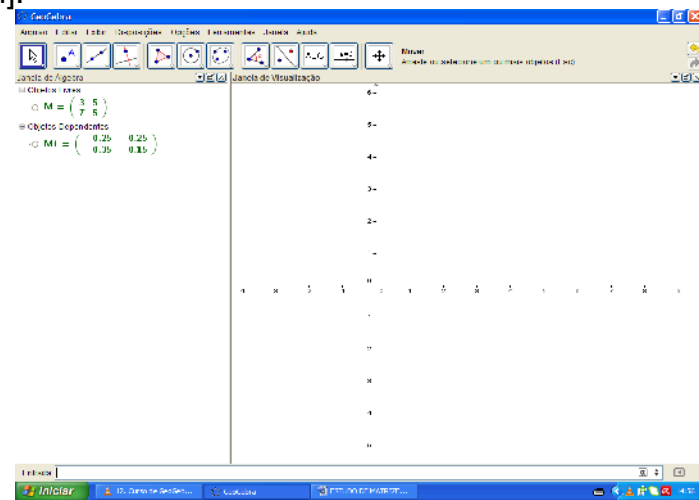
Sendo  $\{3,5\}$  a primeira linha e  $\{7,5\}$  a segunda.



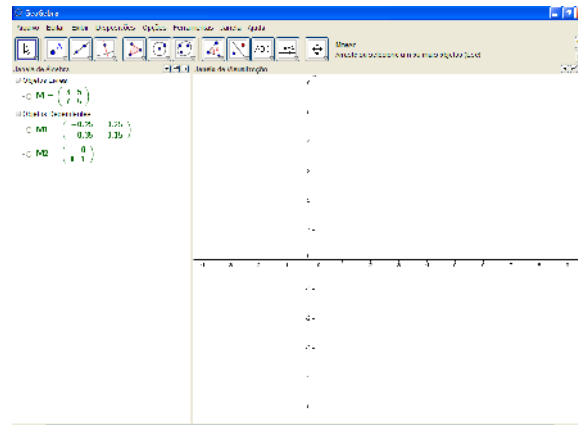
Note que a matriz só apareceu na janela de álgebra, não se assuste, logo faremos a mesma aparecer também na janela de visualização, no formato de texto. Vamos lá!



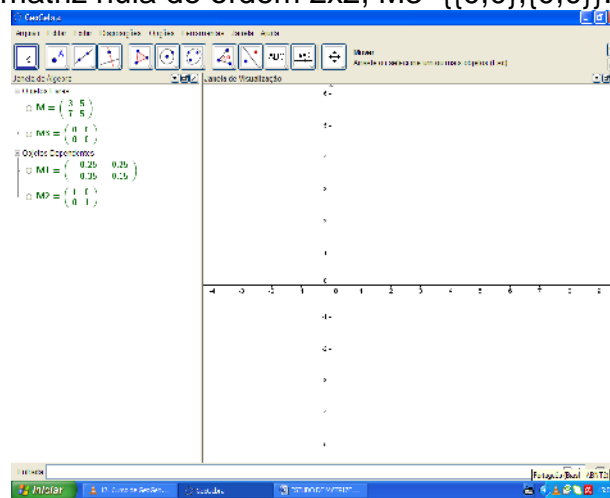
Digite agora a matriz M1 como sendo a matriz inversa da matriz M.  
 $M1 = \text{MatrizInversa}[M]$ .



Lembrando agora de matriz identidade, onde a identidade é sempre o produto de M por M1, ou seja, multiplicação da matriz M pela sua matriz Inversa.  
 Faça da seguinte forma, digite na caixa de entrada " $M2 = M * M1$ ".

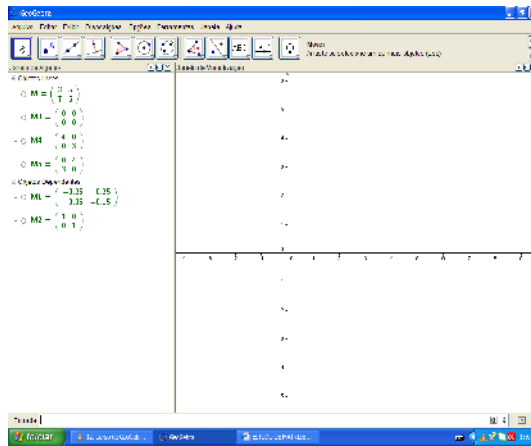


Chame agora de M3 a matriz nula de ordem 2x2,  $M3 = \{\{0,0\},\{0,0\}\}$ .



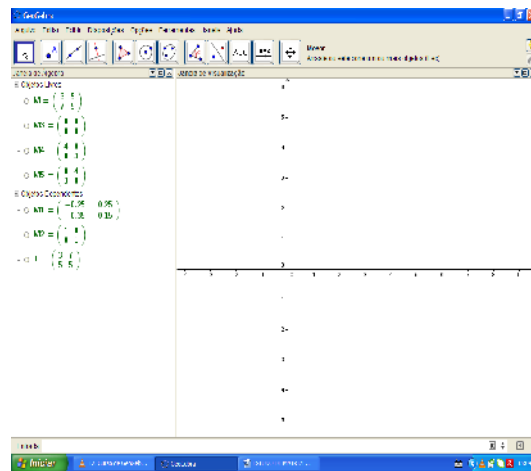
Tudo bem até aqui?

Agora  $M4 = \{\{4,0\},\{0,3\}\}$  para matriz diagonal principal ou inverta para ver a matriz diagonal secundária.  $M5 = \{\{0,4\},\{3,0\}\}$ .



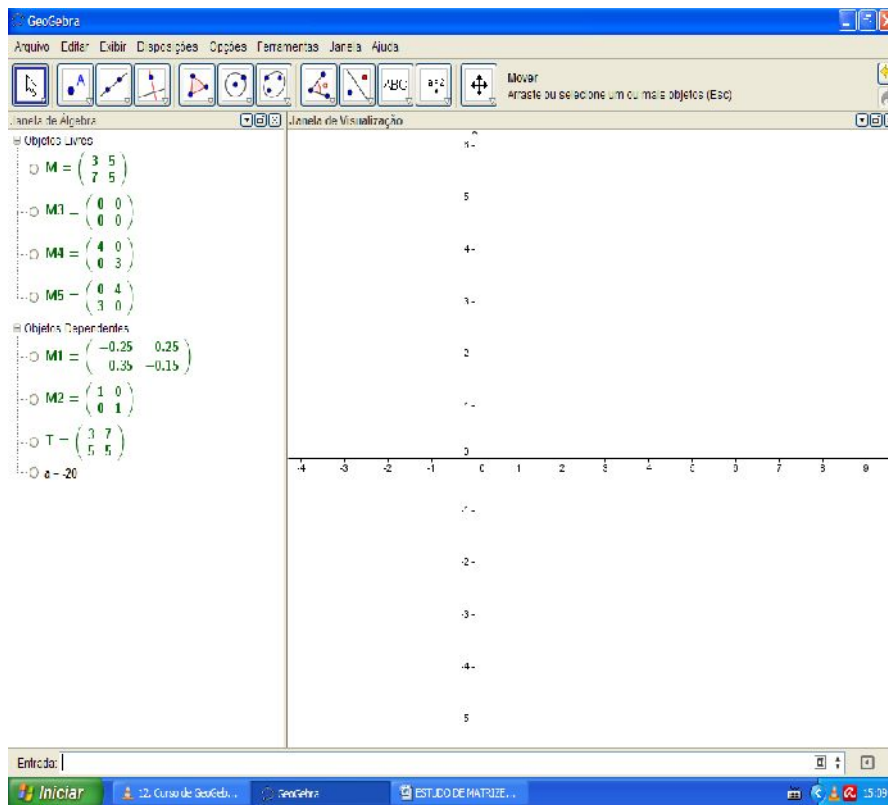
Beleza, vamos agora para a matriz transposta de M onde as linhas e colunas da matriz M mudam de lugar, a linha 1º vira 1º coluna e a linha 2º vira 2º coluna.

$T = \text{MatrizTransposta}[M]$ .



Mais à frente, iremos trabalhar com determinante, mas só para que tenham um petisco, lá vai. Digite:

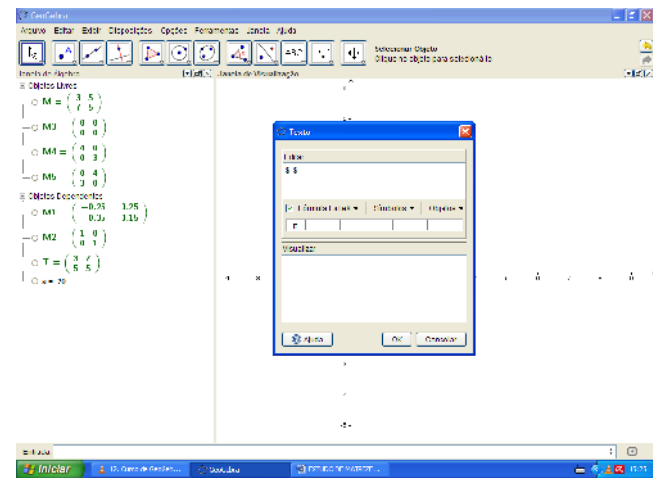
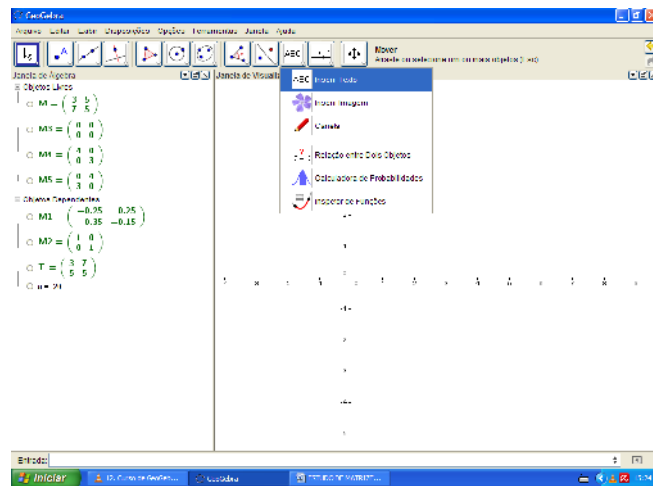
$\text{Determinante}[M]$  e logo veremos se o mesmo é igual ou diferente de zero, veja seu valor na janela de álgebra, neste caso determinante de  $M = (-20)$ .



Agora vamos visualizar não as matrizes construídas mais a sua representação em forma de texto na tela de trabalho do software, depois iremos a representar.

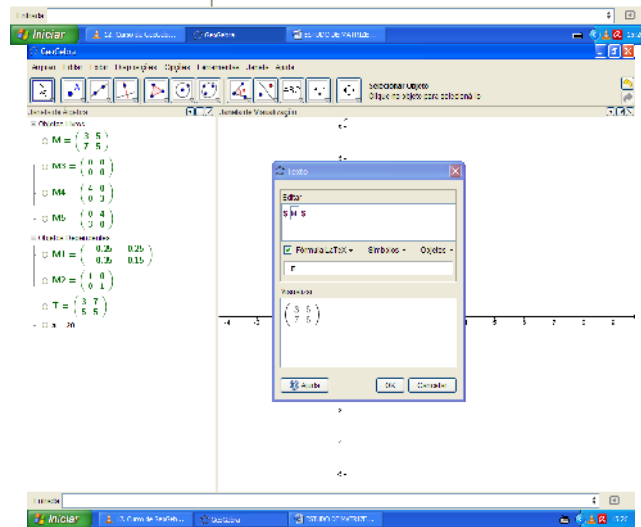
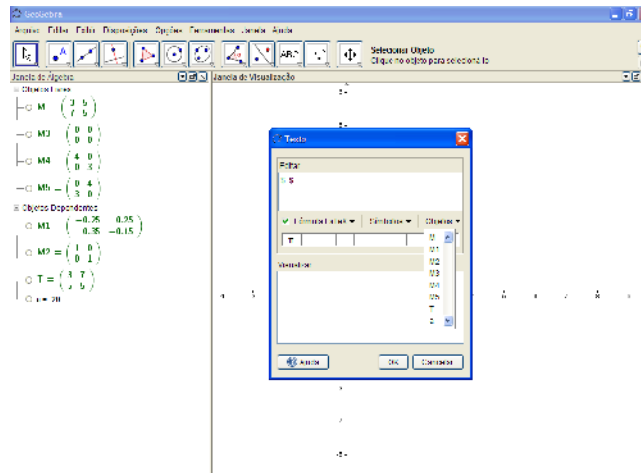
Sem pressa, construa:

Usando a ferramenta “texto” clique na área de trabalho e na caixa em que se abre escolha a opção “látex”.



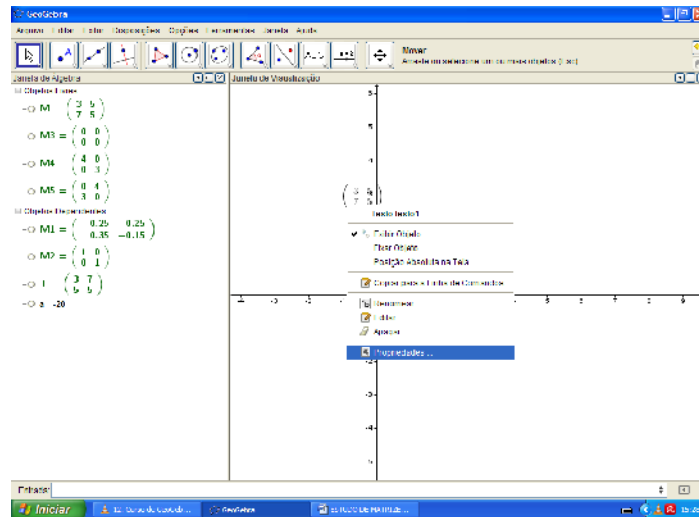
Escolha a opção “**objetos**” e clique na matriz M.





Agora clique em OK.

Esconda os eixos da tela para melhor visualizar ou use o botão esquerdo do mouse na opção “propriedades” e faça as alterações que desejar:



## Exercícios

Seguido a orientação acima para construir a representação matricial da matriz M na tela do software. Insira a representação matricial de todas as matrizes construídas colocando-as em forma de texto do lado esquerdo da tela do software.