Collège des Sœurs Du ROSAIRE
Cornet El Hamra

Examen semestriel Dec. 2017

Epreuve en : Mathématiques.

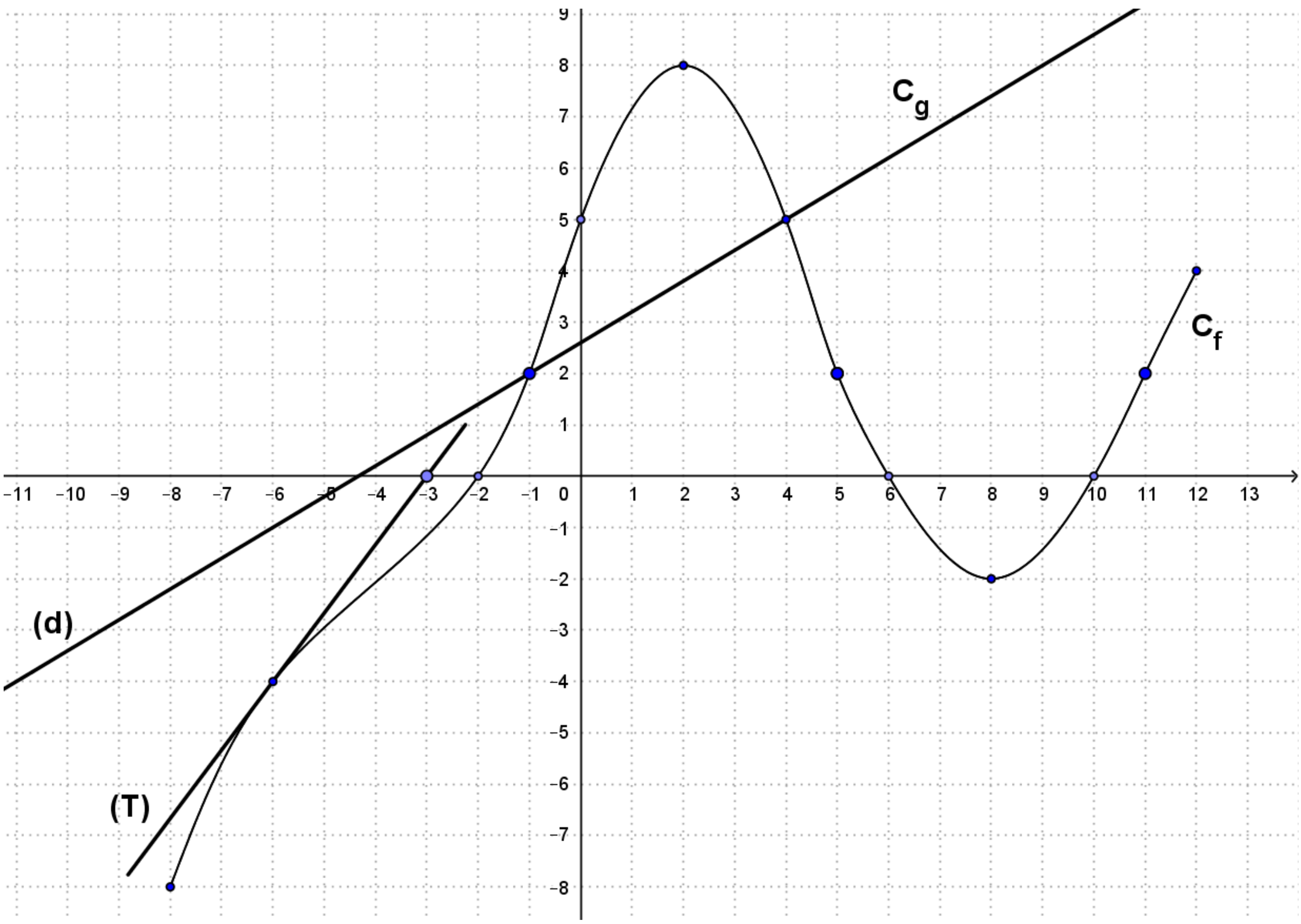
Classe : S3SE

Durée : 2 heures

I- (4 points)

La courbe C_f et la droite (d) ci-dessous représentent *respectivement* une fonction f et une fonction g.

(T) est la tangente à C_f au point de C_f d'abscisse - 6.



Par lecture graphique, répondre aux questions suivantes :

1) a-Indiquer le domaine de définition de f

b- Calculer les images par f de 2, 0 et 6.

2) a- Résoudre f(x) = 5.

b- Résoudre f(x) > 2 .

3) Résoudre f(x) $\leq$ g(x).

4) Dresser le tableau de signe de f dans son domaine de définition.

5) Calculer $f'(-6)$. (f' étant la dérivée première de f).

II - (4 pts)
Cet exercice est un questionnaire à choix multiples. Les questions sont indépendantes les unes des autres. Pour chacune des questions suivantes une des réponses proposées est correcte. Indiquer sur la copie le numéro de la question et recopier, ***en justifiant***, la réponse choisie

1) On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par f(x) = xe^{-x} .

a- f est dérivable sur $\mathbb{R}$ et on note par f' sa fonction dérivée .

Alors pour tout nombre réel x on a :

1) $f'(x) = e^{-x}$.
2) $f'(x) = (1-x)e^{-x}$.
3) $f'(x) = -e^{-x}$.
4) $f'(x) = (1+x)e^{-x}$.

b- L'équation de la tangente à la courbe de la fonction f au point d'abscisse 0 est :

1) y = 2x
2) y = x
3) y = x-1
4) y=2x -1

2) Les solutions dans $\mathbb{R}$ de l'inéquation $e^{x^2} > e^{2x^2-x}$ est :

a)]-∞ ;0[∪]1 ;+∞ [b)]0 ;1[c)]-∞ ; 1[

3) La fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par f(x)=xe^{-x}+1 est :

a) Concave sur $]-\infty;2]$ b) Convexe sur $]-\infty\,;2]$ c) ni concave ni convexe .

III- (4 pts)

Soit la fonction définie sur]1 ;+ ∞[par $f(x) = \dfrac{x^2-7x+10}{x-1}$ *et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$.

1) Calculer les constantes a, b et c pour lesquelles $f(x) = ax+b+\dfrac{c}{x-1}$ *pour tout réel* $x \neq 1$.

2) On suppose dans la suite que $f(x)=x-6+\dfrac{4}{x-1}$.

a- Calculer les limites de f aux bornes ouvertes de son domaine de définition et déduire l'équation d'une asymptote (d) à (C) .

b- Déterminer, en justifiant, l'équation d'une asymptote oblique (D) à (C) .

c- Montrer que $f'(x)=\dfrac{(x-3)(x+1)}{(x-1)^2}$

d- Dresser le tableau de variations de f.

e- Tracer (d), (D) et (C).

IV- (8 points)

Soit g la fonction définie sur [0, + ∞[par $g(x)=(x-1)e^{-x}+1$.

A- *1) a- Déterminer* $\lim\limits_{x\to+\infty} g(x)$ *et calculer g(0) et g(2).*

b- Vérifier que $g'(x)=(2-x)\,e^{-x}$ *et dresser le tableau de variations de g.*

c- Montrer que $g(x)\geq 0$ *pour tout* $x\geq 0$.

2) Soit f la fonction définie sur [0, + ∞ [par $f(x)=(x+1)-xe^{-x}$ *et (C) sa courbe représentative dans un repère orthonormé* $(O;\vec{i};\vec{j})$.

a- Déterminer $\lim\limits_{x\to+\infty} f(x)$ *et montrer que la droite (d) d'équation y = x + 1 est une asymptote à la courbe (C).*

b- Déterminer les coordonnées du point d'intersection de (C) et (d) et démontrer que pour x > 0 , (C) est au-dessous de (d).

c- Montrer que f '(x) = g(x) et dresser le tableau de variations de f.

d- Tracer (d) et (C).

B- *Une entreprise industrielle fabrique chaque semaine x centaines d'objets (*$0\leq x\leq 9$ *).*
Le coût total de fabrication de ces x centaines d'objets est donné par $f(x)=(x+1)-xe^{-x}$ *exprimé en millions de LL.*

1) Déterminer les coûts fixes de l'entreprise en une semaine.

2) Déterminer le coût marginal de la production de x centaines d'objets.

3) Calculer le coût marginal pour une production de 700 objets et donner une interprétation économique de la valeur obtenue.

4) Pour quelle production le coût marginal est-il maximal ?
Calculer dans ce cas le coût total en une semaine.