

ExtendedGCD=**Bézout**

Bézout(<Entier naturel>, <Entier naturel>)

Retourne une liste contenant les coefficients entiers s, t de l'identité de Bézout :
 $a*s + b*t = \text{PGCD}(a,b)$ et LE plus grand diviseur commun aux entiers a et b,
 en utilisant l' [Algorithme d'Euclide étendu](#).

Exemple : Bézout(240,46) retourne la liste {-9, 47,2}.
 (L'identité de Bézout étant : $-9*240 + 47*46 = 2$).

Bézout(<Polynôme>, <Polynôme>)

Retourne une liste contenant les coefficients polynomiaux S(x), T(x) de l'identité de Bézout pour les polynômes $A(x)*S(x) + B(x)*T(x) = \text{PGCD}(A(x),B(x))$ et UN plus grand diviseur commun aux polynômes A(x) et B(x)

Rappel : Le PGCD de polynômes n'est défini qu'à une constante près, $\text{PGCD}(A(x),B(x))$ est par convention, le plus grand diviseur unitaire (polynôme non nul dont le coefficient du terme de plus haut degré est égal à 1)

Exemple : Bézout($x^2-1,x+4$) retourne {1,- x + 4,15}.
 (On a : $(x^2-1)*1 + (x+4)*(-x+4) = 15$, mais $\text{PGCD}(x^2-1,x+4) = 1$).

Calcul formel	
1	A(x):= x^6+x^5+4 x^2 + 2 x-2 → A(x) := x⁶ + x⁵ + 4 x² + 2 x - 2
2	B(x):= x^5+2x^4+ x^3 + 5 x+5 → B(x) := x⁵ + 2 x⁴ + x³ + 5 x + 5
3	Bézout(\$1, \$2) → { -x ³ - 2 x ² - x + 2, x ⁴ + x ³ - 2 x + 1, x + 1 }
4	S(x):=Elément(\$3, 1) → S(x) := -x³ - 2 x² - x + 2
5	T(x):=Elément(\$3, 2) → T(x) := x⁴ + x³ - 2 x + 1
6	A(x) S(x) + B(x) T(x) → x + 1
7	PGCD(A(x),B(x)) → x + 1

Calcul formel	
1	A(x):= x^5-2x^4+ x^3 -x^2 + 2x-1 → A(x) := x⁵ - 2 x⁴ + x³ - x² + 2 x - 1
2	B(x):= x^3 - x^2 + 2 x - 2 → B(x) := x³ - x² + 2 x - 2
3	Bézout(\$1, \$2) → { -x + 5, x ³ - 6 x ² + 3 x + 11, 27 x - 27 }
4	S(x):=Elément(\$3, 1) → S(x) := -x + 5
5	T(x):=Elément(\$3, 2) → T(x) := x³ - 6 x² + 3 x + 11
6	A(x) S(x) + B(x) T(x) → 27 x - 27
7	PGCD(A(x),B(x)) → x - 1

ModularExponent=**ExposantModulaire**

ExposantModulaire(<Nombre>, <Nombre>, <Nombre>)

Retourne l'exposant modulaire des nombres donnés.

Voir [Exponentiation modulaire](#) pour plus de détails.

Exemple : **ExposantModulaire**(5,12,13) retourne 1
car $\text{Reste}(5^{12},13) = 1$, soit $5^{12} \equiv 1 \pmod{13}$

CharacteristicPolynomial=**PolynômeCaractéristique**

PolynômeCaractéristique(<Matrice>)

Retourne le [Polynôme caractéristique](#) de la matrice donnée.

Exemple : **PolynômeCaractéristique**({{1,2},{3,4}})
retourne le polynôme $x^2 - 5x - 2$.

MinimalPolynomial=**PolynômeMinimal**

PolynômeMinimal(<Matrice>)

Retourne le [Polynôme minimal](#) de la matrice donnée.

Exemple : **PolynômeMinimal**({{1,-1},{2,4}})
retourne le polynôme $(x-5)x + 6 = x^2 - 5x + 6$.

Calcul formel	
1	M:={{1,2},{3,4}} → $M := \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$
2	PolynômeCaractéristique(M) → $x^2 - 5x - 2$
3	x Identité(2) → $\begin{pmatrix} x & 0 \\ 0 & x \end{pmatrix}$
4	N:=\$3 - \$1 → $N := \begin{pmatrix} x-1 & -2 \\ -3 & x-4 \end{pmatrix}$
5	Déterminant(N) → $x^2 - 5x - 2$

Calcul formel	
1	M:={{1,-1},{2,4}} → $M := \begin{pmatrix} 1 & -1 \\ 2 & 4 \end{pmatrix}$
2	PolynômeMinimal(M) → $(x - 5)x + 6$
3	Développer(\$2) → $x^2 - 5x + 6$
4	$M^2 - 5M + 6 \text{ Identité}(2)$ → $\begin{pmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}$

LUdecomposition=**DécompositionLU****DécompositionLU**(<Matrice>)

Calcule la [Décomposition LU](#) de la matrice donnée.

En algèbre linéaire, la décomposition LU est une méthode de décomposition d'une matrice comme produit d'une matrice triangulaire inférieure L (comme lower, inférieure en anglais) par une matrice triangulaire supérieure U (comme upper, supérieure)

Exemple: DécompositionLU({{2,0},{1,1}}) retourne les matrices

$$\begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}.$$

▶ Calcul formel	
1	M:={{2,0},{1,1}} → M := $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$
2	DécompositionLU(M) → $\left\{ \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix} \right\}$
3	L:=Elément(\$2, 2) → L := $\begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 2 & 1 \end{pmatrix}$
4	U:=Elément(\$2, 3) → U := $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 0 & -2 \end{pmatrix}$
5	L*U → $\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix}$
6	Elément(\$2, 1) \$5 → $\begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 1 \end{pmatrix}$

QRDecomposition=**DécompositionQR**

DécompositionQR(<Matrice>)

Calcule la Décomposition QR de la matrice donnée A qui est une décomposition de la forme $A = Q R$ où Q est une matrice orthogonale , et R une matrice triangulaire supérieure.

Exemple :

DécompositionQR({{1,1,2},{0,-2,0},{0,0,1}}) retourne les matrices

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad \text{et} \quad \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Calcul formel	
1	M:={{1,1,2},{0,-2,0},{0,0,1}} → $M := \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & -2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
2	DécompositionQR(M) → $\left\{ \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 \\ 0 & 2 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \right\}$
3	Q:=Elément(\$2, 1) → $Q := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
4	T:=Transposer(Q) → $T := \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
5	T*Q → $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$
6	Q est bien orthogonale → $\begin{pmatrix} \text{bien est orthogonale} & 0 & 0 \\ 0 & -\text{bien est orthogonale} & 0 \\ 0 & 0 & \text{bien est orthogonale} \end{pmatrix}$
7	LOL → LOL