# Problemas – Tema 3

# Problemas resueltos - 3 - suma, resta y producto en notación binómica

**1. Dados los complejos:**

$z_1=2+3i$ $\quad z_2=2-i$ $\quad z_3=1+4i$ $\quad z_4=5-2i$

**Calcula** $(z_1+z_2)\cdot(z_3-z_4)$

Realizamos las operaciones de los paréntesis, operando parte real con parte real y parte imaginaria con parte imaginaria.

$$(z_1+z_2) \rightarrow 2+3i+2-i \rightarrow 4+2i$$
$$(z_3-z_4) \rightarrow 1+4i-(5-2i) \rightarrow -4+6i$$

Multiplicamos los complejos en forma binómica:

$$(4+2i)\cdot(-4+6i)=-16+24i-8i+12i^2$$

Si $i=\sqrt{-1} \rightarrow i^2=-1 \rightarrow -16-12+i\cdot(24-8)=-28+16i$

**2. Dados los complejos:**

$z_1 = m + 3i$

$z_2 = 5 - 2i$

**Calcula** $m \in \mathbb{R}$ **para que se cumpla:**

**a)** $z_1 \cdot z_2$ **sea un número real**

**b)** $z_1 \cdot z_2$ **sea imaginario puro**

a) $z_1 \cdot z_2 = (m + 3i) \cdot (5 - 2i) = 5m + 6 + (15 - 2m)i$

Igualamos la parte imaginaria a cero → $15 - 2m = 0$ → $m = \frac{15}{2}$

b) Igualamos la parte real a cero → $5m + 6 = 0$ → $m = \frac{-6}{5}$

**3. Resuelve (obtener el valor de $x \in \mathbb{R}$ ).**

**a)** $(2+3i)+(1-5i)x=(4+2i)+(1-i)x$

**b)** $(5-i)x+(2+i)=(1-i)-(3+2i)x$

**c) Repite los dos apartado anteriores suponiendo que el valor $x$ es un número complejo.**

a) Operamos.

$$2+3i+x-5xi=4+2i+x-xi$$

Agrupamos.

$$2+x+(3-5x)i=4+x+(2-x)i$$

Las partes reales deben ser iguales entre sí. Las partes imaginarias deben ser iguales entre sí.

Partes reales → $2+x=4+x$

Partes imaginarias → $3-5x=2-x$

En la ecuación de las partes reales llegamos al absurdo matemático $2=4$ . Esto significa que el sistema no tiene solución. Por lo que el problema no tiene solución.

b) Razonamos de la misma manera que en el apartado anterior.

$$5x-xi+2+i=1-i-3x-2xi$$

Agrupamos.

$$5x+2+(-x+1)i=1-3x+(-1-2x)i$$

Las partes reales deben ser iguales entre sí. Las partes imaginarias deben ser iguales entre sí.

Partes reales → $5x+2=1-3x$

Partes imaginarias → $-x+1=-1-2x$

La solución de la primera ecuación es: $x=-1/8$

La solución de la segunda ecuación es: $x=-2$

¿Qué significa que el sistema tenga dos soluciones distintas para la incógnita? Significa que no hay un valor de "x" que cumpla las dos ecuaciones del sistema a la vez. Por lo tanto, nuestro problema no tiene solución.

c) Rehacemos el apartado a). Ahora no podemos igualar parte real con parte real, y parte imaginaria con parte imaginaria porque no tenemos garantizado que el parámetro $x$ sera un valor real.

$$2+3i+x-5ix=4+2i+x-ix \rightarrow -2+i-4ix=0 \rightarrow i-4ix=2$$

Sacamos factor común de la unidad imaginaria.

$$i(1-4x)=2 \rightarrow 1-4x=\frac{2}{i} \rightarrow -4x=\frac{2}{i}-1 \rightarrow -4x=\frac{2-i}{i}$$

$$x=\frac{2-i}{-4i}=\frac{2}{-4i}+\frac{i}{4i}=\frac{1}{4}-\frac{1}{2i}=\frac{1}{4}-\frac{1i}{2i^2} \rightarrow x=\frac{1}{4}+\frac{i}{2}$$

Rehacemos también el apartado b).

$$(5-i)x+(2+i)=(1-i)-(3+2i)x \quad \rightarrow \quad 5x-ix+2+i=1-i-3x-2ix$$

$$8x+ix+1+2i=0 \quad \rightarrow \quad 8x+ix=-1-2i$$

Sacamos factor común de la incógnita $x$ .

$$(8+i)x=-1-2i$$

$$x=\frac{-1-2i}{8+i}=\frac{(-1-2i)(8-i)}{(8+i)(8-i)}=\frac{-8-16i+i+2i^2}{64-i^2}$$

$$x=\frac{-8-15i-2}{64+1}=\frac{-10+15i}{65}=\frac{-2-3i}{13}=\frac{-2}{13}-\frac{3i}{13}$$