Demostración. Veamos que si se unen los puntos medios de los lados de un cuadrilátero se obtiene un paralelogramo:

En primer lugar, consideremos el cuadrilátero que se muestra con GeoGebra y calculemos analíticamente los puntos medios de cada lado del mismo:

- $M_1 = \left(\frac{a_1+b_1}{2}, \frac{a_2+b_2}{2}\right)$
- $M_2 = \left(\frac{b_1+c_1}{2}, \frac{b_2+c_2}{2}\right)$
- $M_3 = \left(\frac{c_1+d_1}{2}, \frac{c_2+d_2}{2}\right)$
- $M_4 = \left(\frac{a_1+d_1}{2}, \frac{a_2+d_2}{2}\right)$

A continuación, debemos probar que los segmentos M_1M_4 y M_2M_3, señalados en azul, son iguales. Para ello, consideremos los vectores:

- $\overrightarrow{M_1M_4} = M_4 - M_1 = \left(\frac{a_1+d_1}{2} - \frac{a_1+b_1}{2}, \frac{a_2+d_2}{2} - \frac{a_2+b_2}{2}\right) = \left(\frac{d_1-b_1}{2}, \frac{d_2-b_2}{2}\right)$
- $\overrightarrow{M_2M_3} = M_3 - M_2 = \left(\frac{c_1+d_1}{2} - \frac{b_1+c_1}{2}, \frac{c_2+d_2}{2} - \frac{b_2+c_2}{2}\right) = \left(\frac{d_1-b_1}{2}, \frac{d_2-b_2}{2}\right)$

Por tanto, obtenemos que los dos vectores son iguales: $\overrightarrow{M_1M_4} = \overrightarrow{M_2M_3}$, es decir, son paralelos (al tener la misma dirección y sentido) y tienen el mismo módulo. Razonando de igual forma, obtenemos que $\overrightarrow{M_1M_2} = \overrightarrow{M_4M_3}$, luego obtenemos un paralelogramo. $\square$