CALCULO DEL VALOR APROXIMADO DEL CAMBIO ACUMULADO

PRESENTA:

ING. LUIS MAURICIO MÉNDEZ CLEMENTE

OBJETIVO: Idealizar que la velocidad sea constante en intervalos de tiempos pequeños Δt, para poder obtener un desplazamiento más preciso.

PROPOSITO: Resolver situación problema empleando tablas y graficas así como geometría dinámica (Geogebra) para su análisis.

JUSTIFICACIÓN: El emplear la estrategia de tomar intervalos de tiempos pequeños, se apoya en el conocimiento de la razón de cambio, en la que puede emplearse el uso de recursos tecnológicos

Se realiza bajo tres aspectos

- Constantificación de la variable (suposición de lo variable a lo constante)
- Uso de tablas y graficas
- Uso de Geometría dinámica (Geogebra)

Situación Problema

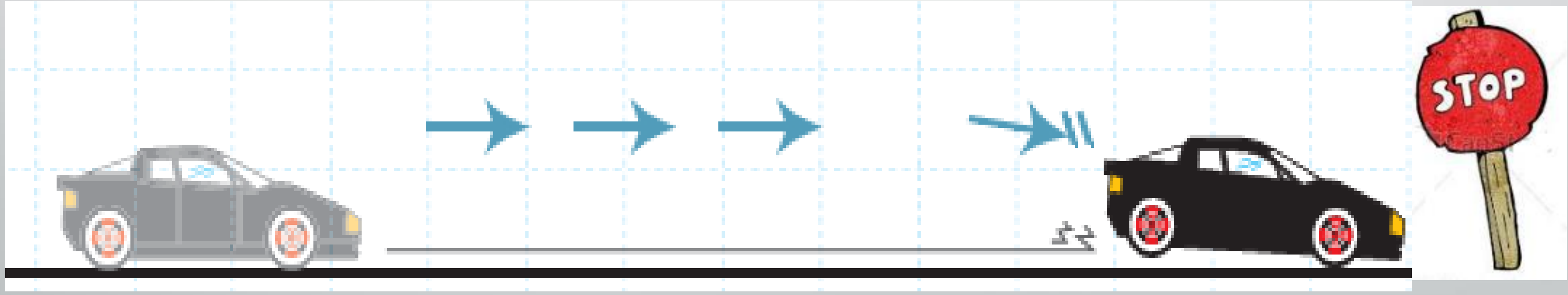
Problemas

PROPUESTOS

Unidad 1 Tema 1.2

Problema 2

Un coche frena bruscamente de tal forma que de ir a 35 metros/segundo (126 kilómetros/hora) llega a 0.07 metros/segundo (aproximadamente ¼ kilómetros/hora) en 7 segundos.



a) Comprueba que la función $v(t) = \frac{35}{10t^2+1}$ cumple con la información dada y supón que modela el comportamiento de la velocidad del coche.

$$v(t) = \frac{35}{10t^2 + 1}$$

Para cuanto $t = 0$

$$v(0) = \frac{35}{10(0)^2 + 1} = 35\, m/s$$

Para cuanto $t = 7$

$$v(7) = \frac{35}{10(7)^2 + 1} = 0.0713\, m/s$$

b) Calcula el valor aproximado del cambio de la posición (distancia recorrida) del coche en el intervalo de tiempo de los 0 a los 7 segundos. Divide al intervalo en $[0,7]$ en 14 subintervalos de igual longitud. Utiliza la noción matemática adecuada y una hoja de cálculo para realizar las operaciones.

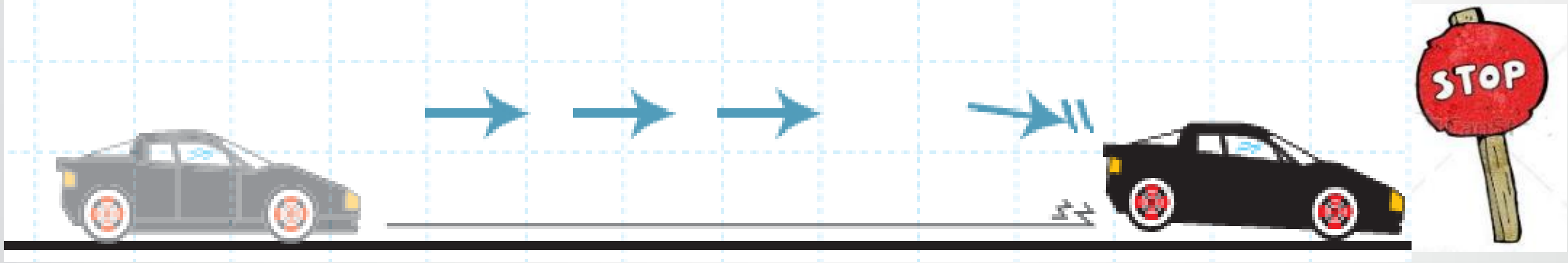
Al dividir al intervalo $[0,7]$ en 14 subintervalos de igual longitud, se tiene que $\Delta t = 0.5$, siendo este justo la longitud del intervalo

t	v(t)	v(t)Δt		
0	35.0000	17.500		Δt=0.5
0.5	10.0000	5.000		
1	3.1818	1.591		
1.5	1.4894	0.745		
2	0.8537	0.427		
2.5	0.5512	0.276		
3	0.3846	0.192		
3.5	0.2834	0.142		
4	0.2174	0.109		
4.5	0.1720	0.086		
5	0.1394	0.070		
5.5	0.1153	0.058		
6	0.0970	0.048		
6.5	0.0826	0.041	Δx=distancia	
7	0.0000	0.000	aproximación	26.284

c) Calcula nuevamente un valor aproximado del cambio acumulado e la posición en en $[0, 7]$ pero dividiendo este intervalo en 28 subintervalos de igual longitud. Argumenta por qué ésta es una mejor aproximación que la obtenida en el inciso anterior

t	v(t)	v(t)Δt		
0	35.0000	9.800		Δt=0.28
0.28	19.6188	5.493		
0.56	8.4623	2.369		
0.84	4.3446	1.216		
1.12	2.5842	0.724		
1.4	1.6990	0.476		
1.68	1.1976	0.335		
1.96	0.8880	0.249		
2.24	0.6839	0.191		
2.52	0.5426	0.152		
2.8	0.4408	0.123		
3.08	0.3651	0.102		
3.36	0.3073	0.086		
3.64	0.2622	0.073		
3.92	0.2263	0.063		
4.2	0.1973	0.055		
4.48	0.1735	0.049		
4.76	0.1538	0.043		
5.04	0.1372	0.038		
5.32	0.1232	0.035		
5.6	0.1113	0.031		
5.88	0.1009	0.028		
6.16	0.0920	0.026		
6.44	0.0842	0.024		
6.72	0.0773	0.022	Δx=distancia	
7	0.0000	0.000	aproximación	21.805

d) Si el coche se dirigía a un letreo ubicado a 20 metros de donde comenzó a frenar, ¿Puedes con la información obtenida en el inciso anterior asegurar que se estrello con el letrero?



No se podría saber con seguridad. Ya que debemos considerar que si el número de subinterbalos crece nos acercaremos al valor real.

CONCLUSIÓN:

Entre mayor sea el número de subintervalos en que se divide al intervalo que proporciona originalmente, mayor será la precisión que se obtenga al valor real, esto es posible por el valor aproximado que resulta a partir del cambio acumulado.

De manera general, se puede llegar a una generalización:

.

Generalización

Sea M una magnitud que depende de la magnitud x y cuya razón de cambio $r(x)$ es conocida. El **cambio acumulado** de M en el intervalo $[0, x]$ se denota por $\Delta M[0, x]$ y se aproxima mediante:

$$\Delta M[0, x] \approx \sum_{i=1}^{n} r(x_{i-1})\Delta x$$

BIBLIOGRAFIA:

Salinas, et. al. (2012). CÁLCULO APLICADO. Competencias matemáticas a través de contextos. Tomo 1. CENGAGE-Learning. México