

Sous le capot de Rotation(<Objet>, <Angle>, <Point>) pour un <Objet> = <Point>.

On n'en a sûrement rien à faire, mais c'est à force de lire un sujet du groupe, sur matrice de rotation autour d'un point distinct de l'origine, que je nme suis mis en tête de rédiger ce papier :

Rechercher, à l'aide du calcul formel de GeoGebra, la formulation analytique d'une rotation plane d'angle θ autour d'un point Ω .

(NDLN : Cela irait sûrement plus vite avec un papier, crayon ;-)

En supposant que l'on connaisse l'écriture de la matrice de la rotation vectorielle MAT

$$\begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix} \text{ on a, en désignant par N l'image du point M, } \overrightarrow{\Omega N} = \text{MAT} \times \overrightarrow{\Omega M}$$

Calcul formel	
1	$\Omega = (x_{\Omega}, y_{\Omega})$ → $\Omega := (x_{\Omega}, y_{\Omega})$
2	$M = (x_M, y_M)$ → $M := (x_M, y_M)$
3	$\text{MAT1} := \{\{\cos(\theta), -\sin(\theta)\}, \{\sin(\theta), \cos(\theta)\}\}$ → $\text{MAT1} := \begin{pmatrix} \cos(\theta) & -\sin(\theta) \\ \sin(\theta) & \cos(\theta) \end{pmatrix}$
4	Vecteur(Ω , M) → $\begin{pmatrix} x_M - x_{\Omega} \\ y_M - y_{\Omega} \end{pmatrix}$
5	$N = (x_N, y_N)$ → $N := (x_N, y_N)$
6	Vecteur(Ω , N) → $\begin{pmatrix} x_N - x_{\Omega} \\ y_N - y_{\Omega} \end{pmatrix}$
7	$\$3 \$4 + \$1$ → $(x_M \cos(\theta) - x_{\Omega} \cos(\theta) + x_{\Omega} - y_M \sin(\theta) + y_{\Omega} \sin(\theta), x_M \sin(\theta) - x_{\Omega} \sin(\theta) + y_M \cos(\theta) - y_{\Omega} \cos(\theta) + y_{\Omega})$
8	$x_N = x(\$7)$ → $x_N := x_M \cos(\theta) - x_{\Omega} \cos(\theta) - y_M \sin(\theta) + y_{\Omega} \sin(\theta) + x_{\Omega}$
9	$y_N = y(\$7)$ → $y_N := x_M \sin(\theta) - x_{\Omega} \sin(\theta) + y_M \cos(\theta) - y_{\Omega} \cos(\theta) + y_{\Omega}$

D'où une écriture analytique :

$$\begin{cases} x_N := x_M \cos(\theta) - x_{\Omega} \cos(\theta) - y_M \sin(\theta) + y_{\Omega} \sin(\theta) + x_{\Omega} \\ y_N := x_M \sin(\theta) - x_{\Omega} \sin(\theta) + y_M \cos(\theta) - y_{\Omega} \cos(\theta) + y_{\Omega} \end{cases}$$