

Präsenzübung

- (a) Visualisieren Sie mit GeoGebra die Begriffe Obersumme und Untersumme (mit Kontrollkästchen). Erstellen Sie hierbei Eingabefenster für die Funktion $f(x)$ sowie einen Schieberegler für die Anzahl der Unterteilungen. Lassen Sie in einem dynamischen Textfeld die Werte für Obersumme, Untersumme, deren Mittelwert sowie den tatsächlichen Integralwert ausgeben. Was passiert bei Funktionen, die die x-Achse schneiden?
- (b) Visualisieren Sie den Mittelwertsatz der Integralrechnung (Skriptum S. 123).
- (c) Visualisieren Sie den Begriff der Stammfunktionen, indem Sie für eine Funktion f das Integral $a = \int_0^x f(y)dy$ mit GeoGebra berechnen. Zeichnen Sie den Punkt mit den Koordinaten (x, a) in ein neues Graphikfenster. Variieren Sie nun x und zeigen Sie, dass sich daraus der Graph der Stammfunktion zu f ergibt.

Hausübung

- (1) Schreiben Sie ein R-Programm, welches mit der summierten Trapezregel

$$T_h(f) := h \left[\frac{1}{2}f(a) + f(t_1) + f(t_2) + \dots + f(t_{n-1}) + \frac{1}{2}f(b) \right]$$

(mit $t_j = a + j \cdot h$, $h = \frac{b-a}{n}$) eine Näherung für $\int_a^b f(x)dx$ berechnet. Testen Sie Ihr Programm an der Funktion $f(x) = x \cos(x) + e^x$ im Intervall $[0, \frac{\pi}{2}]$ für $n = 4, 8, 16, 32$. Lassen Sie die Näherungswerte $T_h(f)$ sowie den absoluten Fehler ausgeben.

- (2) Visualisieren Sie in GeoGebra den Begriff der Bogenlänge einer Kurve. Approximieren Sie hierzu den Graphen einer Funktion mit Polygonzügen. Berechnen Sie den tatsächlichen Wert der Bogenlänge $\int_a^b \sqrt{1 + f'(x)^2} dx$ und vergleichen Sie in einem dynamischen Textfeld das approximative Ergebnis mit dem tatsächlichen Wert. Verwenden Sie hierzu die Funktion $f : x \mapsto \cosh(x)$ und erstellen Sie einen Schieberegler für die Anzahl der Unterteilungen.
- (3) Visualisieren und berechnen Sie mit GeoGebra das Rotationsvolumen, vgl. Skriptum S. 139, Aufgabe (4.15). Verwenden Sie wieder Schieberegler.

Hinweis: Am 16. Januar beginnen wir mit der Bearbeitung der Projekte. Wir werden eine Liste mit Themenvorschlägen erarbeiten, Sie können aber gerne auch eigene Vorschläge einbringen. Ein Projekt sollte einem Arbeitsaufwand von zwei Übungsblättern entsprechen, es sollte Software verwendet werden, die wir besprochen haben, und auch Schulbezug oder Bezug zu Themen aus den Vorlesungen Analysis oder Lineare Algebra sollte vorhanden sein. Bitte teilen Sie uns Ihre Vorschläge bis zum 19. Dezember per Mail mit. Wir werden diese dann prüfen und gegebenenfalls mit in die Themenliste aufnehmen.