

A $h(x) = a^x - x$ hozzárendelési szabállyal a valós számok halmazán értelmezett függvény vizsgálata ($a > 1$)

A derivált: $h'(x) = a^x \ln a - 1$.

A második derivált: $h''(x) = a^x \ln^2 a$.

Lehetséges szélsőérték hely:

$$\begin{aligned}a^x \ln a - 1 &= 0 \\x_s &= -\frac{\ln(\ln a)}{\ln a} \\h''(x_s) &= \ln a > 0\end{aligned}$$

Ebből következően x_s minimumhely.

A minimum:

$$h(x_s) = \frac{\ln(\ln a)}{\ln a} + \frac{1}{\ln a}.$$

Akkor nincs zérushelye a h függvénynek, ha a minimum pozitív, hiszen van pozitív értéke is a függvénynek.

$$\begin{aligned}\frac{\ln(\ln a)}{\ln a} + \frac{1}{\ln a} &> 0 \\a &> e^{e^{-1}} \approx 1,444667861\end{aligned}$$