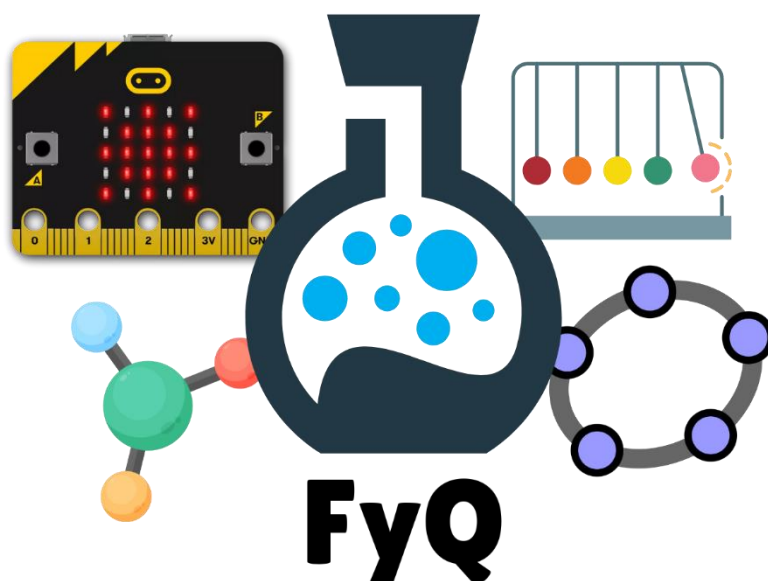


CURSO 2023-2024



Physics and Chemistry

2º ESO

Maristas Granada

**SITUACIÓN DE APRENDIZAJE 4:
FRACCIONES, FACTORES DE CONVERSIÓN Y
ECONOMÍA DOMÉSTICA**

FÍSICA Y QUÍMICA 2ºESO

COLEGIO MARISTA LA INMACULADA
CALLE SÓCRATES, 8
18002 - GRANADA

Índice

0. Ubicación en la programación.....	2
1. ¿Qué necesitamos saber previamente?.....	3
1.1. ¿Qué es una fracción?.....	3
Fracción propia e impropia	3
Fracciones equivalentes	3
Fracción irreducible.....	4
Material manipulativo: fracciones de la unidad con regletas	4
Fracciones para comprender datos globales de un país en función del tamaño de su población	6
Material manipulativo: fracciones propias con polígonos y simplificación.....	7
1.2. Operaciones elementales con fracciones	8
Sumar y restar fracciones.....	8
Multiplicar una fracción por un número entero	9
Multiplicar dos fracciones	10
Dividir dos números enteros	11
Dividir un número entre una fracción.....	12
Dividir fracciones.....	12
Potencia de una fracción.....	14
1.3. Cambiar unidades con fracciones: factores de conversión.....	15
1.4. Representar M.R.U. en una gráfica	18
Coordenadas en un plano: ejemplo del tablero de ajedrez.....	18
Coordenadas en un gráfica espacio-tiempo de M.R.U.....	20
Obtener velocidad a partir de dos puntos de una gráfica espacio-tiempo en M.R.U.....	22
1.5. Ecuación general del M.R.U. para obtener la posición final de un objeto	22
Introducción a la resolución de ecuaciones de primer grado	25
2. Robótica y pensamiento computacional: Avanzar y girar con robot maqueen	27
3. Simulación matemática con Geogebra: Points, segments and graphics.....	29
4. Descripción de la situación de aprendizaje: Dollar Street (La calle de la riqueza).....	31
5. Productos finales que se evaluarán.....	32
6. Ejercicios resueltos para practicar y para pensar.....	33
7. Por si quieres seguir ampliando y aprendiendo.....	42

0. Ubicación en la programación

Temporalidad: 3 semanas

Número de sesiones: 9 horas

Criterios de evaluación: CriEval-FyQ-1.1, CriEval-FyQ-1.2, CriEval-FyQ-1.3, CriEval-FyQ-2.1, CriEval-FyQ-2.2, CriEval-FyQ-2.3, CriEval-FyQ-3.1, CriEval-FyQ-3.2, CriEval-FyQ-3.3, CriEval-FyQ-4.1, CriEval-FyQ-4.2, CriEval-FyQ-5.1, CriEval-FyQ-5.2

Actividades de evaluación:

- T.E.C.A. (Trabajo Escrito Con Apuntes)
- Cuaderno
- Programación robótica
- Simulación con software matemático
- Respuesta oral a preguntas
- Trabajo diario

Índice de contenidos: Concepto de fracción. Clasificación y representación de fracciones. Fracciones equivalentes. Operaciones con fracciones. Jerarquía de las operaciones. Potencias de fracciones. Propiedades. Potencia de exponente negativo y fraccionario. Problemas de contextos reales. Avanzar en el estudio de gráficas en MRU. Gráficas en Geogebra de MRU. Dibujar gráficas a partir de una tabla de valores, manteniendo una escala de referencia en cada eje. Gráficas a trozo con Geogebra. Concepto de continuidad de funciones en movimientos con cambios instantáneos de velocidad. Visión gráfica de velocidad positiva, velocidad negativa y reposo. Obtener valor de la velocidad a partir de una gráfica MRU. Factores de conversión en el cambio de unidades. Ecuación general de la posición final en MRU: introducción al concepto de incógnita y a la resolución de ecuaciones de primer grado. Problemas de contextos reales sobre la estimación de distancias recorridas en un tiempo dado, asumiendo velocidad constante. Simulación en el laboratorio de movimientos con velocidad constante. Relación entre los cambios en el numerador, los cambios en el denominador y el resultado de la fracción.

Breve resumen de la situación: Si comparamos los ingresos económicos de diferentes lugares del mundo, y establecemos una unidad de referencia monetario, podríamos comparar las vidas de familias de todo el mundo en función del dinero que mensualmente entra en los hogares.

De esta forma, en fechas próximas a la Navidad, podemos reflexionar sobre nuestros gastos personales y familiares. Y utilizar las fracciones para obtener datos objetivos durante las comparaciones.

Por otro lado, en robótica y en Geogebra, terminamos la primera evaluación poniendo en práctica los conceptos y fórmulas estudiadas en M.R.U.

1. ¿Qué necesitamos saber previamente?

1.1. ¿Qué es una fracción?

Una fracción es una división entre números.

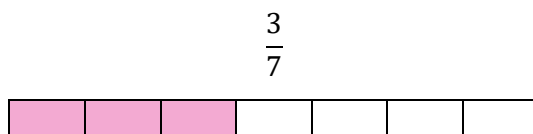
El dividendo de la división recibe el nombre de numerador en la fracción. Y el divisor de la división recibe el nombre de denominador en la fracción.

Las fracciones tienen muchas aplicaciones en Física y Química. Y por eso las vamos a estudiar en esta unidad.

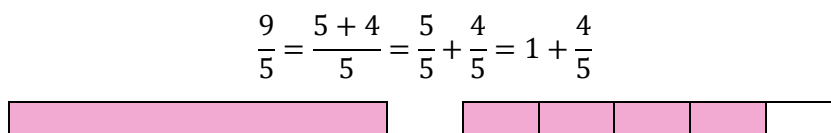
$$\frac{\text{numerador}}{\text{denominador}}$$

Fracción propia e impropia

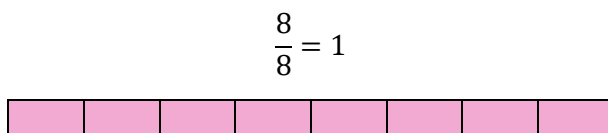
Una fracción es propia cuando el valor del numerador es menor que el valor del denominador. Por ejemplo, dividimos una unidad de referencia en 7 partes iguales y elegimos 3:



Una fracción es impropia cuando el valor del numerador es mayor que el valor del denominador. Por ejemplo, dividimos una unidad de referencia en 5 partes iguales y elegimos 9. En este caso, la cantidad final es mayor que la unidad.



Si el valor del numerador coincide con el valor del denominador, estamos dividiendo un número por sí mismo y el resultado final es la unidad. Por ejemplo, dividimos una unidad de referencia en 8 partes iguales y elegimos las 8 partes.



Fracciones equivalentes

Dos fracciones son equivalentes si representan la misma cantidad, es decir, si el cociente entre numerador y denominador da lugar a la misma razón de proporcionalidad.

$$\frac{3}{7} \text{ y } \frac{6}{14} \text{ sí son equivalentes}$$

Es el mismo concepto que vimos en M.R.U. al hablar de proporcionalidad. Si el numerador se multiplica (o se divide) por una cantidad, el denominador también queda multiplicado (o dividido) por esa misma cantidad.

En el ejemplo anterior, con las fracciones $\frac{3}{7}$ y $\frac{6}{14}$, podemos afirmar:

- Numerador: 6 es dos veces 3
- Denominador: 14 es dos veces 7

Siempre que se mantenga esta razón de proporcionalidad entre numerador y denominador, las fracciones serán equivalentes. En caso contrario, las fracciones no serán equivalentes.

$$\frac{3}{7} \text{ y } \frac{9}{14} \text{ no son equivalentes}$$

- Numerador: 9 es tres veces 3
- Denominador: 14 no es tres veces 7

Las fracciones equivalentes también se consiguen dividiendo numerador y denominador por un mismo número.

$$\frac{10}{8} \text{ y } \frac{5}{4} \text{ sí son equivalentes}$$

- Numerador: 5 es la mitad de 10
- Denominador: 4 es la mitad de 8

Fracción irreducible

Si el numerador y el denominador no comparten ningún divisor común (salvo el 1), diremos que la fracción no se puede simplificar en coeficientes más sencillos y la llamaremos fracción irreducible.

$$\frac{10}{8} \text{ no es irreducible}$$

El numerador 10 y el denominador 8 comparten el 2 como divisor común. Por lo que podemos obtener una fracción equivalente, con coeficientes más pequeños, dividiendo 10 entre 2 y dividiendo 8 entre 2.

$$\frac{5}{4} \text{ sí es irreducible}$$

El numerador 5 y el denominador 4 no comparten ningún divisor (salvo el 1). Forman una fracción irreducible.

Material manipulativo: fracciones de la unidad con regletas

La primera de las siguientes imágenes es un gran rectángulo, cuya longitud consideramos como la unidad de referencia. Ese gran rectángulo podemos dividirlo en partes iguales, obteniendo así fracciones de la unidad.

Si dividimos el gran rectángulo en dos partes iguales, tendremos dos fracciones de $\frac{1}{2}$. Si dividimos el gran rectángulo en tres partes iguales, tendremos tres fracciones de $\frac{1}{3}$. Si dividimos el gran rectángulo en cuatro partes iguales, tendremos cuatro fracciones de $\frac{1}{4}$. Y así sucesivamente, hasta llegar a doce fracciones de $\frac{1}{12}$ en la última imagen.

¿Cómo podemos practicar con las regletas? Si la unión de dos fracciones de $\frac{1}{4}$ coinciden exactamente con una fracción de $\frac{1}{2}$, significa que la suma de $\frac{1}{4}$ más $\frac{1}{4}$ es igual a $\frac{1}{2}$. O si la unión de tres fracciones de $\frac{1}{9}$ coinciden exactamente con una fracción de $\frac{1}{3}$, significa que la suma de $\frac{1}{9}$ más $\frac{1}{9}$ más $\frac{1}{9}$ es igual a $\frac{1}{3}$.

$\frac{1}{1}$											
$\frac{1}{2}$						$\frac{1}{2}$					
$\frac{1}{3}$				$\frac{1}{3}$				$\frac{1}{3}$			
$\frac{1}{4}$			$\frac{1}{4}$			$\frac{1}{4}$			$\frac{1}{4}$		
$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$		$\frac{1}{5}$	
$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$		$\frac{1}{6}$	
$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$		$\frac{1}{7}$	
$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$		$\frac{1}{8}$	
$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$		$\frac{1}{9}$	
$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$		$\frac{1}{10}$	
$\frac{1}{11}$		$\frac{1}{11}$		$\frac{1}{11}$		$\frac{1}{11}$		$\frac{1}{11}$		$\frac{1}{11}$	
$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$		$\frac{1}{12}$	

PARA PENSAR 1. ¿Cuántas fracciones de $\frac{1}{6}$ son necesarias para igualar la suma $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$? ¿Cuántas fracciones de $\frac{1}{8}$ son necesarias para igualar la suma $\frac{1}{2} + \frac{1}{4}$? ¿Por qué no puedes igualar $\frac{1}{2}$ a una suma de fracciones de $\frac{1}{11}$? Si sumas las fracciones $\frac{1}{1} + \frac{1}{2} + \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{5} + \frac{1}{6} + \dots$ hasta el infinito y más allá, ¿crees que la suma final será superior a 2? ¿Y superior a 3? ¿Y superior a 4? ¿Crece el resultado de la suma de manera indefinida?

Fracciones para comprender datos globales de un país en función del tamaño de su población

Piensa en el número de coches que hay en un país, o en el número de restaurantes, o en el número de aeropuertos o en el número de personas federadas que juegan al bádminton.

- ¿Podemos comparar dos países para decidir cuál de los dos tiene más cantidad?
- ¿Tiene lógica comparar un país tan grande como China con un país tan pequeño como Andorra?
- ¿Cómo podemos responder a estas preguntas de manera objetiva y razonable?

Las respuestas las tienen las fracciones.

La siguiente tabla muestra la población de un grupo de países y el número de teléfonos móviles en uso. Los datos aparecen siguiendo el convenio de notación científica (un número no nulo en la parte entera, dos cifras decimales redondeadas y potencias de base 10) para que puedas practicar con los saberes trabajados en unidades anteriores.

Datos 2021 – Fuente: https://www.gapminder.org		
País	Población (número de habitantes)	Número de teléfonos móviles con línea operativa
China	$1,43 \times 10^9$	$1,73 \times 10^9$
India	$1,41 \times 10^9$	$1,15 \times 10^9$
Estados Unidos	$3,37 \times 10^8$	$3,62 \times 10^8$
Brasil	$2,14 \times 10^8$	$2,2 \times 10^8$
Nigeria	$2,13 \times 10^8$	$1,95 \times 10^8$
México	$1,27 \times 10^8$	$1,24 \times 10^8$
Etiopía	$1,20 \times 10^8$	$4,45 \times 10^7$
Alemania	$8,34 \times 10^7$	$1,06 \times 10^8$
España	$4,75 \times 10^7$	$5,65 \times 10^7$
Australia	$2,59 \times 10^7$	$2,71 \times 10^7$
Portugal	$1,03 \times 10^7$	$1,25 \times 10^7$
Suiza	$8,69 \times 10^6$	$1,11 \times 10^7$
Qatar	$2,69 \times 10^6$	$3,88 \times 10^6$
Andorra	$7,9 \times 10^4$	$9,4 \times 10^4$

PARA PENSAR 2. Ante la pregunta ¿en qué país hay más teléfonos móviles? ¿Admite una respuesta única? ¿O se puede matizar mejor la pregunta? ¿Son necesarias las fracciones para responder a esa pregunta? ¿Qué diferencia habrá entre las comparaciones absolutas y las comparaciones relativas? ¿Tiene sentido hacer la división número de personas entre número de teléfonos? ¿Siempre ocurre en la tabla que el país con más población tiene también un mayor número de teléfonos móviles operativos?

Si el número de teléfonos supera al tamaño de la población, la relación número de teléfonos por habitante ¿será mayor que 1 o menor que 1? ¿Qué significa una comparación de magnitudes que sea igual a 1?

¿Si en un país hay más teléfonos que persona, significa seguro que todos los habitantes de ese país tienen al menos un teléfono móvil? ¿O estamos hablando de un valor medio, que no es real pero sí es práctico para comparar países?

PARA PENSAR 3. Calcular en la clase el número de teléfonos móviles operativos que hay entre todos los miembros de las familias de los alumnos. Sacar la relación de número de teléfonos por persona. ¿Estáis por encima o por debajo de la media en España?

Completa la siguiente tabla haciendo uso de los datos de 2019 publicados en:

[https://www.gapminder.org/tools/#\\$chart-type=bubbles&url=v1](https://www.gapminder.org/tools/#$chart-type=bubbles&url=v1)

Los datos de asesinatos totales en 2019 los puedes obtener directamente de la web. Para completar las dos últimas columnas, es necesaria operar matemáticamente con fracciones.

Datos 2019 – Fuente: https://www.gapminder.org				
País	Población (número de habitantes)	Murders (asesinatos: muertes por violencia entre personas)	Número de asesinatos por habitante	Número de asesinatos cada cien mil habitantes
China	$1,43 \times 10^9$			
India	$1,41 \times 10^9$			
Estados Unidos	$3,37 \times 10^8$			
Brasil	$2,14 \times 10^8$			
Nigeria	$2,13 \times 10^8$			
México	$1,27 \times 10^8$			
Etiopía	$1,20 \times 10^8$			
Alemania	$8,34 \times 10^7$			
España	$4,75 \times 10^7$			

PARA PENSAR 4. ¿El país con mayor número de asesinatos será siempre el país con mayor índice de mortalidad por acciones violentas? ¿Por qué crees que es más práctico hablar de asesinatos cada cien mil habitantes en vez de asesinatos por unidad de habitante, para valorar la seguridad de un país?

Material manipulativo: fracciones propias con policubos y simplificación

Si el numerador es inferior al denominador, vamos a trabajar con los policubos para entender el concepto de fracción propia.

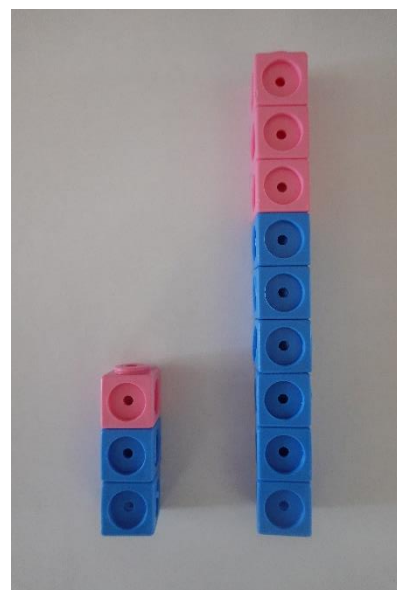
Elige dos colores, uno claro y otro oscuro. Por ejemplo: blanco y negro, rosa y azul, o rojo y verde oscuro. Da igual los colores que elijas para trabajar con los policubos. Lo importante es que sean colores que se distingan claramente entre sí.

La fracción $1/3$ significa que un todo lo dividimos en 3 partes y cogemos 1. En la primera columna de la imagen de la derecha, vemos 1 policubo rosa (numerador) unido a 2 policubos azules. El total de policubos es 3 (denominador).

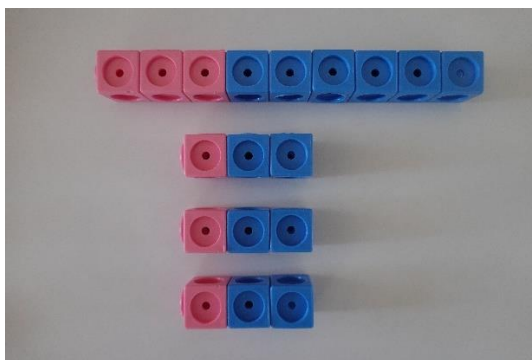
La fracción $3/9$ significa que un todo lo dividimos en 9 partes y cogemos 3. En la segunda columna de la derecha, vemos 3 policubos rosas (numerador) unidos a 6 policubos azules. El total de policubos es 9 (denominador).

Ambas fracciones son equivalente, por lo que representan la misma razón de proporcionalidad: por cada 1 policubo rosa hay 2 policubos azules.

¿Cómo podemos simplificar una fracción propia con policubos?



Fíjate en los policubos que representan la fracción $\frac{3}{9}$: 3 policubos rosas y 6 policubos azules. Podemos descomponerlos en tres estructuras idénticas más pequeñas: cada una de ellas con 1 policubo rosa y 2 policubos azules. Eso significa que podemos eliminar dos estructuras y quedarnos con una sola, que será la fracción irreducible $\frac{1}{3}$.



1.2. Operaciones elementales con fracciones

Las fracciones admiten las mismas operaciones matemáticas que los números enteros.

Sumar y restar fracciones

Podemos sumar (o restar) directamente fracciones que vengan expresadas con el mismo denominador. Dejamos el mismo denominador (mismo todo) y sumamos (o restamos) los numeradores (las partes).

Si no están con el mismo denominador, podemos hacer m.c.m. de los distintos denominadores y escribir fracciones equivalentes que tengan como denominador el valor del m.c.m.

Haciendo el m.c.m. garantizamos que los números que salen al operar con las fracciones sean los más pequeños posibles. Fíjate en el siguiente ejemplo.

$$\frac{1}{4} + \frac{1}{6} - \frac{2}{5}$$

Factorizamos los denominadores en números primos.

$$4 = 2^2$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$5 = 5$$

El común múltiplo más pequeño lo obtenemos con los comunes y no comunes elevados al mayor exponente en que aparezcan en la descomposición.

$$m.c.m.(4, 5, 6) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

De cada fracción de partida obtenemos su fracción equivalente que tenga por denominador el número 60.

$$\frac{1}{4} = \frac{15}{60}$$

$$\frac{1}{6} = \frac{10}{60}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{24}{60}$$

Operamos con la fracciones con el mismo denominador.

$$\frac{15}{60} + \frac{10}{60} - \frac{24}{60}$$

Al tener el mismo denominador (el mismo todo) podemos sumar y restar los numeradores (las distintas partes).

$$\frac{15 + 10 - 24}{60}$$

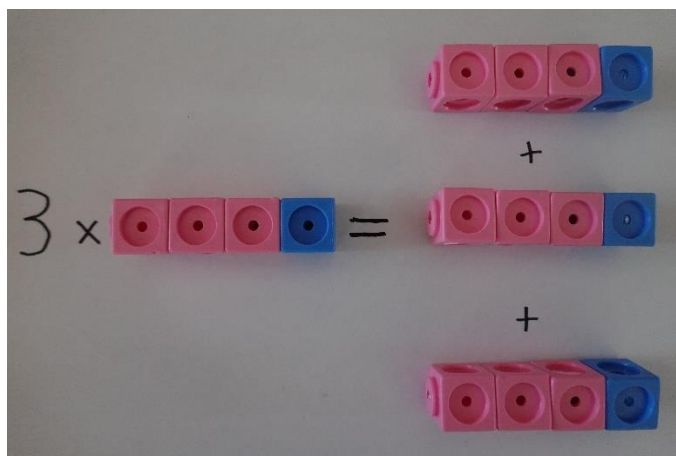
Operamos en el numerador y obtenemos el resultado final.

$$\frac{1}{60}$$

Multiplicar una fracción por un número entero

Multiplicar es repetir una cantidad una serie de veces. Si deseamos multiplicar un número entero por una fracción, significa que debemos repetir la fracción tantas veces como indique el número entero.

$$3 \times \frac{3}{4} \text{ significa hacer 3 veces la fracción } \frac{3}{4}$$



Sabemos sumar fracciones con el mismo denominador.

$$3 \times \frac{3}{4} = 3 \text{ veces } \frac{3}{4} = \frac{3}{4} + \frac{3}{4} + \frac{3}{4} = \frac{9}{4}$$

Llegando a una fracción irreducible, porque 9 y 4 no poseen ningún divisor común (salvo el 1).

Fíjate que el resultado final de $3 \times \frac{3}{4}$ coincide con multiplicar directamente el numerador por 3 y dejar el mismo denominador.

Conclusión: el producto $n \times \frac{a}{b}$ da como resultado una nueva fracción $\frac{n \times a}{b}$.

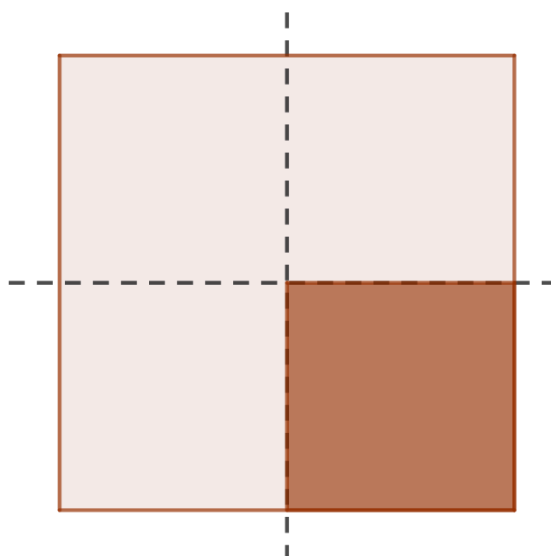
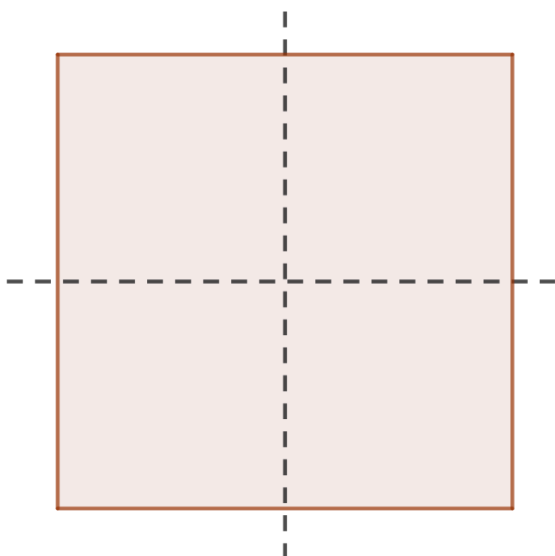
Multiplicar dos fracciones

Acabamos de explicar que multiplicar un número entero por una fracción es lo mismo que sumar la fracción tantas veces como indique el número entero. Pero si tenemos dos fracciones multiplicando, ¿cómo entender “un número de veces” que sea igual a una fracción? Imagina que tenemos la siguiente operación.

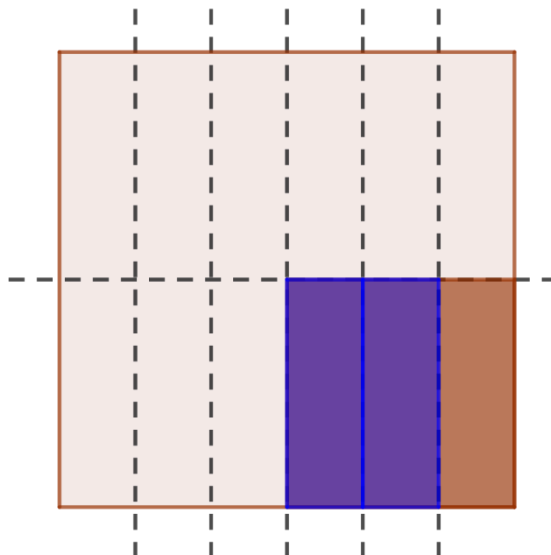
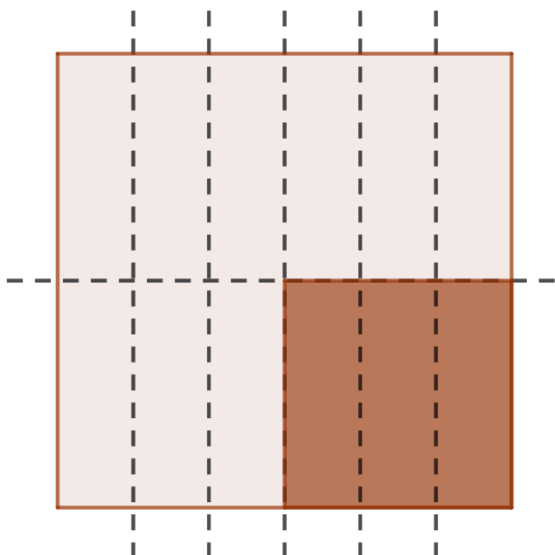
$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$$

Significa que de $\frac{1}{4}$ debemos coger $\frac{2}{3}$. ¿Cómo podemos visualizar esta operación?

Si la unidad es igual a un cuadrado, podemos dividir ese cuadrado en cuatro partes iguales. Y de esas cuatro partes, elegimos una. Así tendremos $\frac{1}{4}$ de la unidad.



Cada una de las cuatro partes del cuadrado de partida podemos dividirlas en tres partes iguales. Y solo en el cuarto del cuadrado que hemos elegido anteriormente, tomamos dos de sus tres partes.



¿En cuántas partes iguales hemos dividido el gran cuadrado de partida?

En 12 partes, simbolizadas por 12 pequeños rectángulos.

¿Cuántas partes hemos seleccionado de esas 12?

2 partes, simbolizadas por los pequeños rectángulos sombrados en azul.

¿Cuál es la fracción resultante?

2 partes de 12 genera la fracción $\frac{2}{12}$. Esta fracción se puede simplificar a $\frac{1}{6}$.

¿Cómo operar de manera rápida, para no tener que estar dibujando cuadrados y rectángulos constantemente?

Fíjate que la operación inicial es:

$$\frac{2}{3} \times \frac{1}{4}$$

Y el resultado final, sin simplificar es:

$$\frac{2}{12}$$

Conclusión: En un producto de fracciones, el numerador del resultado final coincide con el producto de los numeradores de partida. Y el denominador del resultado final coincide con el producto de los denominadores de partida.

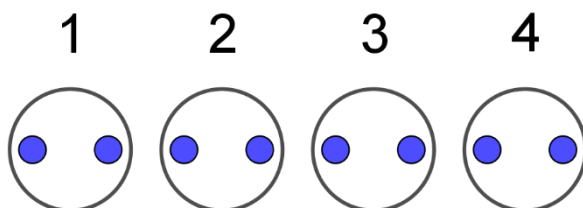
$$\frac{a}{b} \times \frac{c}{d} = \frac{a \times c}{b \times d}$$

Dividir dos números enteros

Dividir significa hacer grupos. Si dividimos un número “D” entre un número “d”, el resultado de la división es el número de grupos de “d” unidades que podemos hacer en “D”.

Por ejemplo: $8/2$ es igual a 4 porque podemos hacer cuatro grupos de dos unidades dentro del número 8.

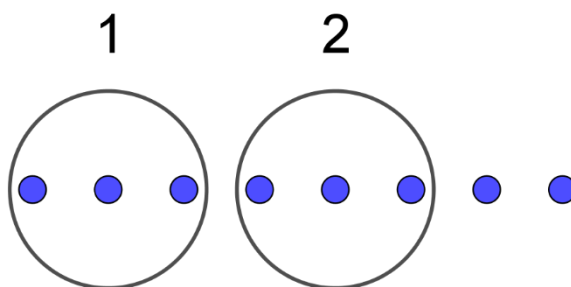
$$\frac{8}{2} = 4$$



La división puede no ser exacta. Así aparecen los números racionales.

Por ejemplo: $8/3$ es igual a 2 unidades más $2/3$ porque podemos hacer dos grupos de tres unidades dentro del número 8, y sobran dos unidades que forman la fracción $2/3$.

$$\frac{8}{3} = 2 + \frac{2}{3}$$



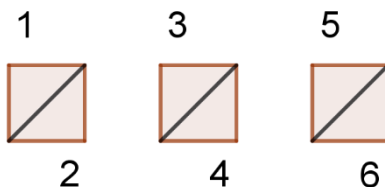
Dividir un número entre una fracción

Si dividimos un número entre una fracción, el razonamiento es el mismo: hacer grupos.

Por ejemplo: $3/(1/2)$ es igual a 6 porque podemos encontrar seis grupos de $1/2$ dentro del número 3. ¿Cómo se comprende un grupo de $1/2$? Como la mitad de la unidad.

En la siguiente imagen, el cuadrado es la unidad. Medio cuadrado es media unidad, es decir, simboliza a $1/2$.

$$\frac{3}{1/2} = 6$$



Dividir fracciones

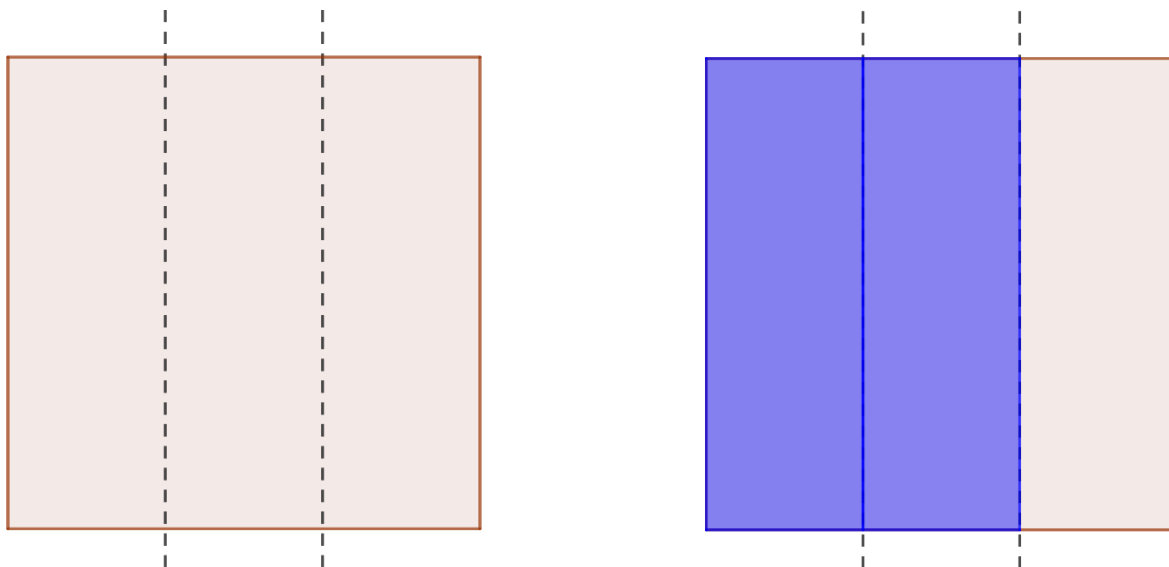
Para dividir fracciones nuevamente hacemos grupos. Aunque es más difícil de visualizar porque tanto numerador como denominador son fracciones. Vamos a intuir una forma general a partir de un ejemplo particular.

Imagina que debemos realizar la siguiente división de fracciones:

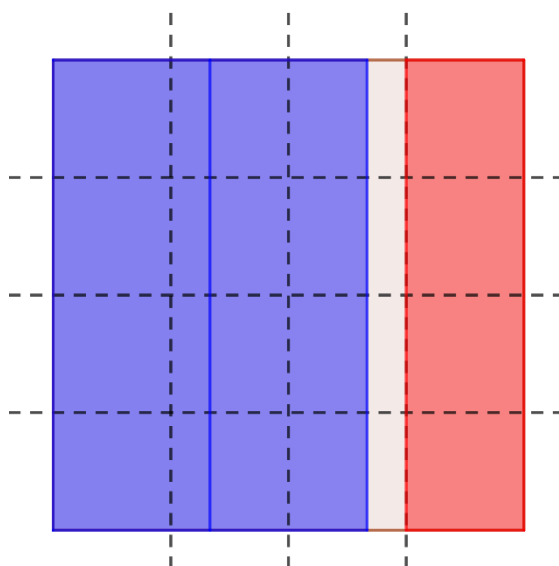
$$\frac{2/3}{1/4}$$

¿Cómo comprender $2/3$ dividido entre $1/4$?

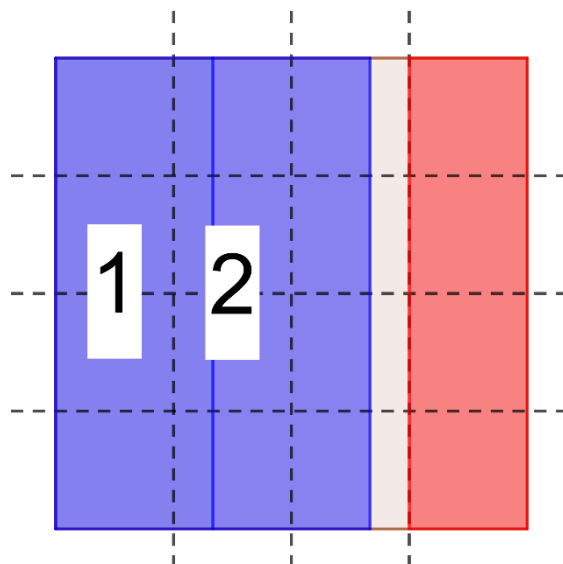
Tenemos que encontrar cuántos grupos de $1/4$ de unidad hay dentro de $2/3$ de unidad. Fíjate en las siguientes imágenes. El gran cuadrado es la unidad. Lo dividimos en tres partes. Elegimos dos de esas tres partes, que son los rectángulos resaltados en azul. Esos rectángulos azules simbolizan $2/3$ de unidad.



Ahora dividimos el gran cuadrado en 16 cuadraditos pequeños. Si escogemos 4 de esos 16 cuadraditos, tendremos $1/4$ de la unidad. Resaltamos en rojo esos 4 cuadraditos, que forman un gran rectángulo vertical de color rojo.



¿Cuántas veces encontramos el rectángulo rojo ($1/4$) dentro de los dos rectángulos azules ($2/3$)? Esta pregunta es la que refleja el significado de la división de las dos fracciones.



El rectángulo rojo vertical aparece dos veces completas dentro de los dos rectángulos azules. Pero no llegamos a completar una tercera vez. Queda una franja que es $\frac{2}{3}$ del rectángulo rojo. Es decir:

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}} = 2 + \frac{2}{3}$$

El número entero 2 lo podemos escribir como $\frac{6}{3}$. Y la expresión queda:

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{6}{3} + \frac{2}{3}$$

Sabemos sumar fracciones con el mismo denominador. Dejamos el denominador y sumamos los numeradores.

$$\frac{\frac{2}{3}}{\frac{1}{4}} = \frac{8}{3}$$

La solución fraccionaria de nuestra división es $\frac{8}{3}$. Fíjate que el numerador 8 coincide con el producto 2×4 . Mientras que el denominador 3 coincide con el producto 1×3 . Por lo que podemos concluir la siguiente regla.

Conclusión: En una división de fracciones $\frac{a/b}{c/d}$ el resultado final coincide con $\frac{a \times d}{b \times c}$.

Y ya estamos en condiciones de comprender el motivo de una regla que aprendimos en Primaria, al usar el operador “:” para representar la división.

$$\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \text{multiplicar en cruz} = \frac{a \times d}{b \times c}$$

Potencia de una fracción

La potencia es repetir varias veces una multiplicación. Por ejemplo:

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3} \times \frac{2}{3}$$

Y ya sabemos multiplicar fracciones. Simplemente multiplicar los numeradores por un lado y los denominadores por otro.

$$\left(\frac{2}{3}\right)^4 = \frac{2 \times 2 \times 2 \times 2}{3 \times 3 \times 3 \times 3} = \frac{2^4}{3^4}$$

Conclusión: La potencia de una fracción coincide con la potencia del numerador dividido por la potencia del denominador.

1.3. Cambiar unidades con fracciones: factores de conversión

Desde el inicio de curso hemos repasado los múltiplos y submúltiplos del metro, del kilogramo, del segundo, del metro cuadrado, del metro cúbico y hemos realizado cambios de unidades.

Cuando las unidades son algo más complejas, porque aparece el producto y/o la división de otras unidades, es bastante práctico aplicar fracciones para realizar la conversión de manera rápida.

Por ejemplo: un vehículo avanza a 90 km/h y deseamos saber su velocidad en m/s. ¿Cómo razonar?

Tenemos una fracción en las unidades:

$$90 \frac{km}{h}$$

Debemos convertir kilómetros en metros, y debemos convertir horas en segundos. Como son dos las unidades a convertir, vamos a multiplicar por dos fracciones:

$$90 \frac{km}{h} \times \frac{?}{?} \times \frac{?}{?}$$

¿Qué escribimos en los numeradores y denominadores de esas fracciones?

Debemos escribir alguna relación de equivalencia entre unidades. Por ejemplo: 1 km son 1.000 m, o bien 1 hora son 3.600 s.

Empecemos con la equivalencia entre 1 km y 1.000 m. Inicialmente tenemos kilómetros en el numerador, y deseamos convertirlos a metros. Por lo tanto, situamos metros en el numerador.

$$90 \frac{km}{h} \times \frac{m}{?} \times \frac{?}{?}$$

Como la relación que vamos a utilizar es 1 km igual a 1.000 m, situamos el coeficiente 1.000 junto a los metros.

$$90 \frac{km}{h} \times \frac{1.000 m}{?} \times \frac{?}{?}$$

Y si deseamos que la fracción muestre una relación de equivalencia, debajo de 1.000 m deberemos colocar 1 km.

$$90 \frac{km}{h} \times \frac{1.000 m}{1 km} \times \frac{?}{?}$$

Repetimos el razonamiento, pero ahora con las horas. Sabemos que 1 h son 3.600 s. Deseamos cambiar horas por segundos. Por lo tanto, si horas está inicialmente en el denominador, deberemos situar segundos en el denominador de la última fracción.

$$90 \frac{km}{h} \times \frac{1.000 m}{1 km} \times \frac{?}{s}$$

La relación que vamos a utilizar es que 1 h son 3.600 s. Por lo que colocamos el coeficiente 3.600 junto a los segundos.

$$90 \frac{km}{h} \times \frac{1.000 m}{1 km} \times \frac{?}{3.600 s}$$

Y para garantizar que la fracción representa una relación de equivalencia, colocamos 1 h en el numerador de la última fracción.

$$90 \frac{km}{h} \times \frac{1.000 m}{1 km} \times \frac{1 h}{3.600 s}$$

Fíjate que 90 lo podemos escribir como 90/1, por lo que tendríamos:

$$\frac{90 km}{1 h} \times \frac{1.000 m}{1 km} \times \frac{1 h}{3.600 s}$$

Ya podemos operar con las fracciones. En el producto de fracciones los numeradores se multiplican entre sí y los denominadores se multiplican entre sí. Aplicamos esta regla tanto a los números como a las unidades.

$$\frac{90 km \times 1.000 m \times 1 h}{1 h \times 1 km \times 3.600 s}$$

$$\frac{90 \times 1.000 \times 1 \times km \times m \times h}{1 \times 1 \times 3.600 \times h \times km \times s}$$

$$\frac{90.000 \times km \times m \times h}{3.600 \times h \times km \times s}$$

Al igual que podemos simplificar con los números que se repiten en multiplicaciones del numerador y del denominador, también podemos simplificar con las unidades que se repiten.

- 90.000 dividido entre 3.600 es igual a 25.
- Los kilómetros del numerador cancelan con los kilómetros del denominador.
- Las horas del numerador cancelan con las horas del denominador.

Quedando la siguiente velocidad en unidades del Sistema Internacional:

$$25 \frac{m}{s}$$

Otro ejemplo. Ya hemos nombrado en unidades anteriores la magnitud densidad. La densidad es la cantidad de materia por unidad de volumen. Su unidad en el S.I. es kilogramo dividido por metro cúbico. Vamos a aprender a pasar esta unidad a gramo dividido por centímetro cúbico.

$$2.700 \frac{kg}{m^3}$$

Debemos convertir kilogramo en gramo y metro cúbico en centímetro cúbico.

$$2.700 \frac{kg}{m^3} \times \frac{?}{?} \times \frac{?}{?}$$

En primer lugar, vamos a pasar de kilogramo a gramo. Como kilogramo aparece en el numerador, situamos a gramo en el numerador de la primera fracción.

$$2.700 \frac{kg}{m^3} \times \frac{g}{?} \times \frac{?}{?}$$

La relación de equivalencia entre masas es la siguiente: 1 kg son 1.000 g. Por lo tanto, situamos el número 1.000 junto a la unidad de gramos.

$$2.700 \frac{kg}{m^3} \times \frac{1.000 g}{?} \times \frac{?}{?}$$

Y como la equivalencia es: 1 kg = 1.000 g, situamos en el denominador de la primera fracción la magnitud 1.000 g.

$$2.700 \frac{kg}{m^3} \times \frac{1.000 g}{1 kg} \times \frac{?}{?}$$

Convertimos metro cúbico en centímetro cúbico. Como metro cúbico aparece en el denominador, situamos centímetro cúbico en el denominador de la última fracción.

$$2.700 \frac{kg}{m^3} \times \frac{1.000 g}{1 kg} \times \frac{?}{cm^3}$$

La relación de equivalencia entre volúmenes es la siguiente: 1 metro cúbico son 10^6 centímetros cúbicos. Por lo que situamos el número 10^6 junto a la unidad del centímetro cúbico.

$$2.700 \frac{kg}{m^3} \times \frac{1.000 g}{1 kg} \times \frac{?}{10^6 cm^3}$$

Completamos el numerador que nos falta con la magnitud 1 metro cúbico.

$$2.700 \frac{kg}{m^3} \times \frac{1.000 g}{1 kg} \times \frac{1 m^3}{10^6 cm^3}$$

Expresamos la cantidad inicial 2.700 como una fracción.

$$\frac{2.700 kg}{1 m^3} \times \frac{1.000 g}{1 kg} \times \frac{1 m^3}{10^6 cm^3}$$

Multiplicamos en horizontal todos los numeradores, y multiplicamos en horizontal todos los denominadores.

$$\frac{2.700 kg \times 1.000 g \times 1 m^3}{1 m^3 \times 1 kg \times 10^6 cm^3}$$

$$\frac{2.700 \times 1.000 \times 1 \times kg \times g \times m^3}{1 \times 1 \times 10^6 \times m^3 \times kg \times cm^3}$$

$$\frac{2.700.000 \times kg \times g \times m^3}{10^6 \times m^3 \times kg \times cm^3}$$

Simplificamos números y unidades.

$$2,7 \frac{g}{cm^3}$$

PARA PENSAR 2. Practica los factores de conversión con los siguientes cambios de unidades. Pasa a las unidades de referencia del S.I.

- a) 1,23 hm/min (m/s)
- b) 6,02 cg/mm² (kg/m²)
- c) 7,01 · 10² kg/h (kg/s)

1.4. Representar M.R.U. en una gráfica

¿Cómo unir, de manera visual, el tiempo y la posición de un objeto que se mueve en M.R.U.?

Con una representación en el plano de unas coordenadas que se unen mediante líneas. Es lo que en Ciencia se llama gráfica.

La gráfica necesita de un sistema de representación. Si este sistema está formado por dos líneas perpendiculares que se cortan, el sistema se conoce como sistema cartesiano (en honor al filósofo y matemático francés René Descartes, del siglo XVII)

Coordenadas en un plano: ejemplo del tablero de ajedrez

El tablero de ajedrez es un ejemplo de sistema cartesiano. Las columnas del tablero se representan por letras y las filas por números. Cada casilla del tablero está definida de manera única por una letra y por un número.

Practiquemos con las coordenadas del ajedrez. En el siguiente tablero tienes distribuidas letras. Con esas letras se pueden formar palabras. Y con las palabras, una frase.

Descubre la frase oculta comenzando en la casilla marcada como “inicio” y terminando en la casilla marcada como “fin”. Para pasar de casilla a casilla debes hacerlo con el movimiento del caballo: dos casillas de avance en línea recta más una tercera casilla la derecha o a la izquierda (el movimiento del caballo forma una letra L mayúscula).

No puedes pasar por las casillas que no tengan letra. Y no puedes pasar más de una vez por una misma casilla.

Debajo del tablero tienes una tabla que te puede ser útil para señalar las coordenadas de cada casilla de paso.

Como pista, aquí tienes la frase... aunque de forma incompleta.

EL _ _ _ _ _ D _ _ _ _ _ E _ _ N _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ _ O

8		S	T		A	Z		
7			C	E	L		M	E
6	U	A		L			A	
5		A		E	I	E	R	E
4		N	B	R				N
3	D	T	I	S	R	J	T	D
2	S		O	A	S		O	
1		E	E				E	
	A	B	C	D	E	F	G	H

LETRA	CASILLA	LETRA	CASILLA	LETRA	CASILLA	LETRA	CASILLA
E	D5						
L	E7						

PARA PENSAR 5. ¿Qué fracción del total de casillas del tablero están cubiertas por letras de la frase oculta? ¿Crees que se puede pasar por todas las casillas del tablero una sola vez, sin repetición, usando solo el movimiento del caballo? ¿Existe alguna figura del ajedrez que consiga hacerlo fácilmente?

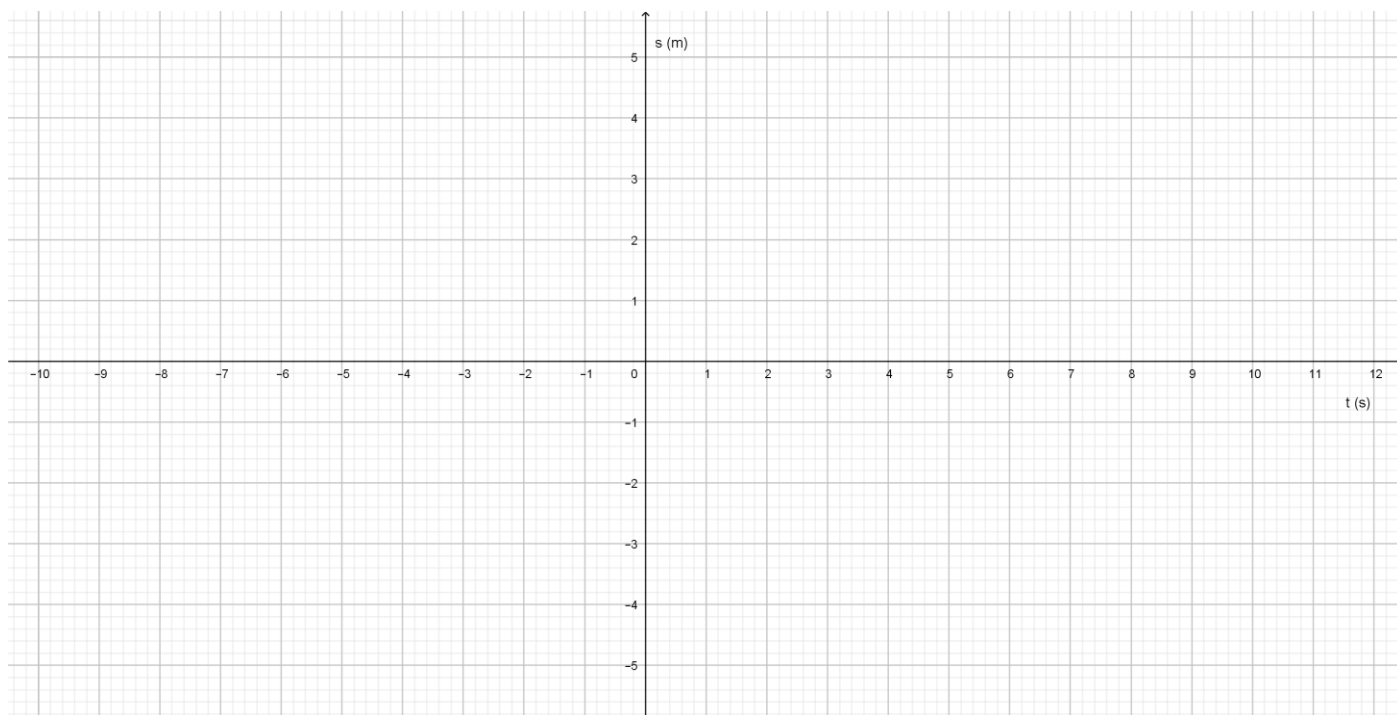
Coordenadas en un gráfica espacio-tiempo de M.R.U.

En ajedrez, el desplazamiento horizontal lo marcan las letras (A, B, C, ...) y el desplazamiento vertical lo marcan los números (1, 2, 3, ...). La unión de una letra y de un número indica una casilla.

En una gráfica espacio-tiempo, el desplazamiento horizontal lo señala el tiempo y el desplazamiento vertical lo señala la posición. La unión de un valor del tiempo y de un valor de la posición indica un punto.

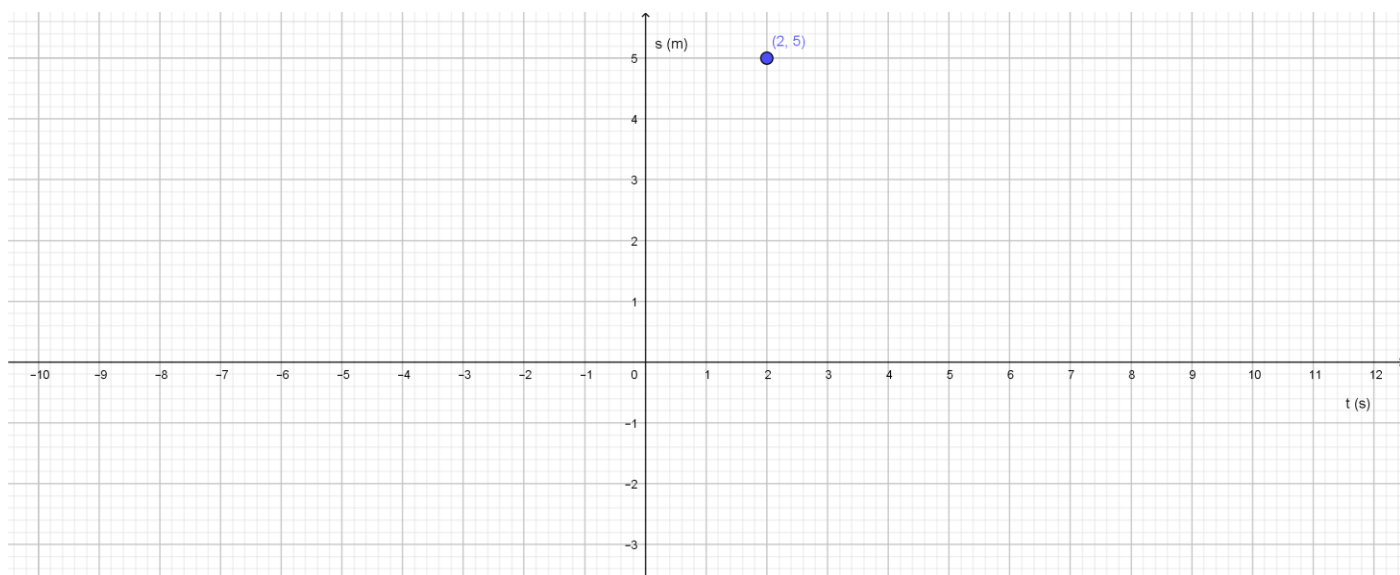
Si trabajamos en unidades del S.I., cada unidad de referencia del eje horizontal será un segundo y cada unidad de referencia del eje vertical será un metro.

El corte del eje horizontal con el eje vertical señala el origen de coordenadas, donde el tiempo vale 0 segundos y la posición vale 0 metros.



PARA PENSAR 6. ¿Qué es un punto en la realidad? ¿Tiene tamaño un punto? ¿Cuántos puntos hay en un plano? ¿Existen puntos en el espacio tridimensional?

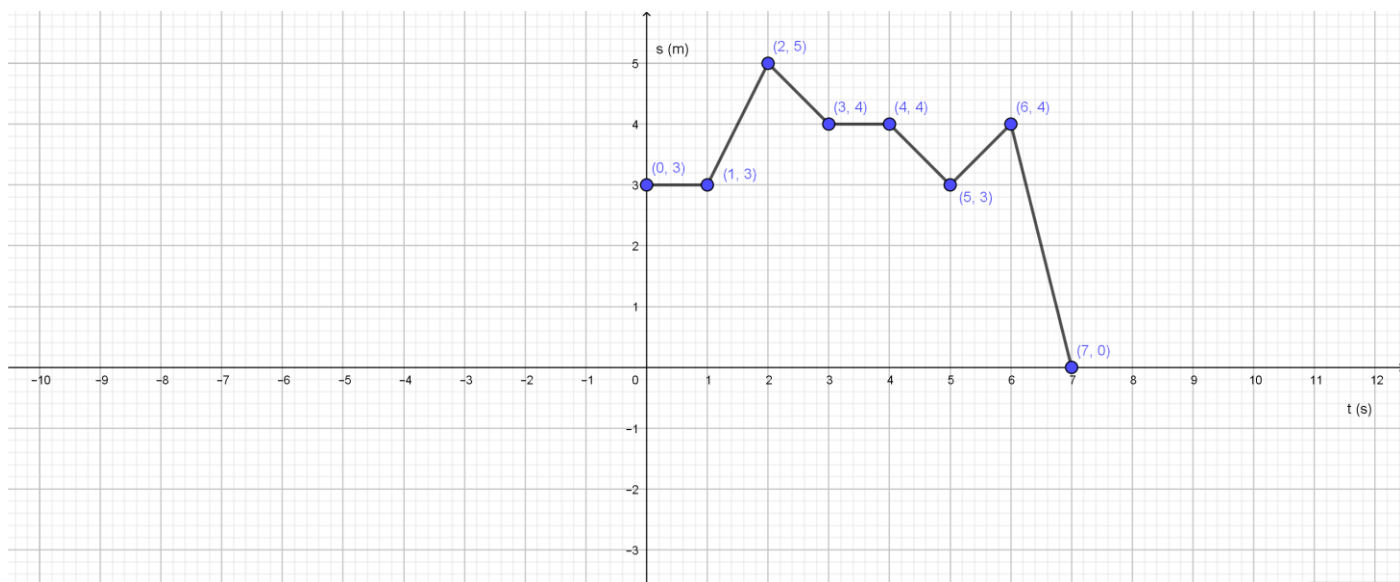
Imagina que un objeto se mueve con velocidad constante. Si a los 2 segundos de comenzar a moverse se encuentra a 5 metros del origen de distancias, sus coordenadas cartesianas serán (2, 5). Fíjate cómo queda representado el punto en el sistema de referencia cartesiano.



Si tenemos un conjunto de puntos, y los unimos con segmentos, dibujaremos la gráfica del movimiento. En movimientos M.R.U. supondremos que entre dos puntos el movimiento siempre se realiza con velocidad constante. Por eso, las gráficas M.R.U. son líneas rectas.

En la siguiente gráfica, se cumplen las siguientes condiciones:

- (0,3) significa que a los 0 s la posición es 3 m.
- (1,3) significa que para 1 s la posición sigue siendo 3 m.
- (2,5) significa que a los 2 s la posición es 5 m.
- (3,4) significa que a los 3 s la posición es 4 m.
- (4,4) significa que a los 4 s la posición es 4 m.
- (5,3) significa que a los 5 s la posición es 3 m.
- (6,4) significa que a los 6 s la posición es 4 m.
- (7,0) significa que a los 7 s la posición es 0 m.



PARA PENSAR 7. ¿Cómo entender las gráficas que son segmentos crecientes? ¿Y los decrecientes? ¿Y los segmentos completamente horizontales? ¿Cómo es posible que el objeto se encuentre en el origen de coordenadas tras pasar 7 segundos de movimiento? ¿Tiene sentido ir hacia atrás en el tiempo?

Obtener velocidad a partir de dos puntos de una gráfica espacio-tiempo en M.R.U.

Tomemos dos puntos de la gráfica anterior unidos por un segmento. Por ejemplo (1,3) y (2,5).

El primer valor del paréntesis es el tiempo. Y el segundo valor es la posición.

Si consideramos que el objeto inicia su movimiento en (1,3) y lo termina en (2,5) podemos afirmar:

- Tiempo inicial $t_0 = 1 \text{ s}$
- Posición inicial $s_0 = 3 \text{ s}$
- Tiempo final $t_f = 2 \text{ s}$
- Posición final $s_f = 5 \text{ s}$

Con estos datos podemos aplicar la fórmula de la velocidad en M.R.U.

$$v = \frac{s_f - s_0}{t_f - t_0}$$

$$v = \frac{5 - 3}{2 - 1} = 2 \text{ m/s}$$

Es decir: viendo la gráfica de un M.R.U. siempre podemos obtener los valores de la velocidad uniforme en cada tramo del movimiento.

PARA PENSAR 8. ¿Puede una velocidad salir negativa? ¿Cómo sería su representación gráfica?

1.5. Ecuación general del M.R.U. para obtener la posición final de un objeto

En la unidad anterior trabajamos con la expresión para obtener la velocidad en M.R.U.

$$v = \frac{s_f - s_0}{t_f - t_0}$$

En el numerador aparece la diferencia entre la posición final e inicial. Y en el denominador aparece la diferencia entre el tiempo final e inicial.

Las igualdades las podemos leer de izquierda a derecha, o bien de derecha a izquierda. Es decir, estas dos expresiones significan exactamente lo mismo:

- $A = B$ (A es igual a B)
- $B = A$ (B es igual a A)

Por lo tanto, vamos a cambiar el orden de los miembros en la expresión de la velocidad.

$$\frac{s_f - s_0}{t_f - t_0} = v$$

Desde Primaria sabemos que, en una igualdad, los términos que están dividiendo en un lado, pasan al otro lado multiplicando. Así hacemos con el denominador que está a la izquierda.

$$s_f - s_0 = v \times (t_f - t_0)$$

Las cantidades que están restando en un miembro, pasan sumando al otro miembro. Y así hacemos con la posición inicial.

$$s_f = v \times (t_f - t_0) + s_0$$

Sabemos que la suma es conmutativa: el orden de los sumandos no altera al resultado final de la suma. Por lo que reordenamos los términos de la suma que está a la derecha de la igualdad. Y llegamos a una expresión para obtener la posición final de un objeto que se mueve con velocidad constante, y que sale de una posición inicial y de un tiempo inicial conocidos.

Fórmula de la posición final en M.R.U.

$$s_f = s_0 + v \times (t_f - t_0)$$

¿Cómo utilizar esta fórmula?

Si conocemos la posición inicial, la velocidad uniforme y el intervalo de tiempo, la fórmula nos da directamente el valor de la posición final.

Ejemplo resuelto: Sonia avanza en línea recta en un patinete eléctrico. No va por la acera (que está prohibido y es un riesgo para los peatones). Viaja por la calzada. A los 30 segundos de comenzar su movimiento, se encuentra a 80 metros en línea recta del punto de salida. En ese instante, Sonia fija la velocidad del patinete a 20 km/h. ¿A qué distancia del punto de salida se encontrará cuando haya pasado 1 minuto desde que comenzó su movimiento a 20 km/h?



Un error muy típico sería afirmar que como 1 minuto es el doble de tiempo de 30 segundos, la distancia final será el doble de 80 metros. Esto no es correcto porque el enunciado no nos dice nada de cómo ha sido el movimiento de Sonia en los primeros 30 segundos. Por lo que no podemos suponer que estuviese moviéndose con una velocidad de 20 km/h en esos primeros 30 segundos.

¡Es muy importante leer con calma el enunciado y sacar poco a poco la información!

Además, **debemos dejar las magnitudes en las mismas unidades**. Si el enunciado habla de distancias, o las dejamos en metros o las dejamos en kilómetros. Y si el enunciado habla de tiempos, o los dejamos en segundos o los dejamos en horas. No podemos mezclar.

Una tabla puede venir bien para ordenar los datos.

Datos del enunciado

Posición inicial: $s_0 = 80 \text{ m}$
 Tiempo inicial: $t_0 = 0 \text{ s}$ (comenzamos a contar desde que puso el patinete a 20 km/h)
 Posición final: $s_f = ?$
 Tiempo final: $t_f = 1 \text{ min} = 60 \text{ s}$
 Velocidad constante: $v = 20 \frac{\text{km}}{\text{h}} \times \frac{1.000 \text{ m}}{1 \text{ km}} \times \frac{1 \text{ h}}{3.600 \text{ s}} = 5,56 \frac{\text{m}}{\text{s}}$

En la tabla es fácil visualizar cuál es el dato que no conocemos: la posición final.

Sustituimos los datos en la ecuación de la posición final.

$$s_f = s_0 + v \times (t_f - t_0)$$

$$s_f = 80 + 5,56 \times (60 - 0)$$

Operamos, en primer lugar, dentro del paréntesis.

$$s_f = 80 + 5,56 \times (60)$$

Efectuamos el producto (¡Ojo con las jerarquías de operaciones!).

$$s_f = 80 + 333,6$$

Sumamos.

$$s_f = 413,6 \text{ m}$$

No olvides situar la unidad al terminar las operaciones. Como hemos dejado todas las magnitudes iniciales en las unidades de referencia del Sistema Internacional, la longitud quedará expresada en metros.

PARA PENSAR 9. ¿Piensas que una velocidad de 20 km/h es suficientemente grande para tener que llevar protección (casco) al usar un patinete? ¿Un choque con un peatón, a esa velocidad, puede ser grave?

Está prohibido que los patinetes eléctricos circulen por aceras. La velocidad máxima permitida será de 25 Km/h.

RECORDANDO LA NORMA

01

En el siguiente enlace tienes información actualizada por la Dirección General de Tráfico sobre las normas en el uso de patinetes por la vía pública:

<https://www.dgt.es/muevete-con-seguridad/viaja-seguro/en-patinete>

Y como una imagen vale más que 1.000 palabras, aquí tienes enlace a una noticia del periódico El Mundo, sobre un estudio de las consecuencias de los accidentes de un patinete al impactar con un vehículo y al atropellar a un peatón.

Circular con un patinete por la ciudad no es un juego, es una responsabilidad.

https://www.youtube.com/watch?v=jWz_5VVv8aU



Cuidado con los patinetes: chocar a 25 km/h ya causa heridas graves a conductores y peatones

El Mundo 902 K suscriptores

Suscribirse

128

Compartir

Introducción a la resolución de ecuaciones de primer grado

En el ejercicio que hemos resuelto sobre el monopatín con M.R.U. el valor desconocido era la posición final del movimiento. ¿Qué ocurre si el valor desconocido es la posición inicial? ¿O el tiempo inicial? ¿O el tiempo final? ¿Cómo podemos operar con la fórmula de la posición final?

Ejemplo resuelto: Lucas también tiene un patinete eléctrico. Está parado en un semáforo en rojo en la Calle Camino de Ronda (Granada), que es una gran recta. Cuando el semáforo pasa a verde son exactamente las 11.00 en punto de la mañana. Suponiendo que avanza todo el tiempo con una velocidad constante de 5 m/s y que se detiene pasados 300 metros por otro semáforo que se pone rojo, ¿cuánto tiempo ha estado circulando entre semáforo y semáforo?

Ordenamos los datos del enunciado en una tabla.

Datos del enunciado
Posición inicial: $s_0 = 0 \text{ m}$
Tiempo inicial: $t_0 = 0 \text{ s}$
Posición final: $s_f = 300 \text{ m}$
Tiempo final: $t_f = ?$
Velocidad constante: $v = 5 \text{ m/s}$

Asumimos un tiempo inicial igual a 0, y una posición inicial igual a 0. Esto simplifica bastante los cálculos y es una hipótesis muy utilizada en ejercicios de M.R.U.

Sustituimos los datos en la ecuación de la posición final.

$$s_f = s_0 + v \times (t_f - t_0)$$

$$300 = 0 + 5 \times (t_f - 0)$$

Operamos en el paréntesis. Y el valor 0 que está sumando, podemos eliminarlo.

$$300 = 0 + 5 \times (t_f)$$

$$300 = 5 \times (t_f)$$

Y obtenemos una igualdad donde hay un valor desconocido en el miembro de la derecha. Ese valor es el tiempo final. ¿Cuánto vale? No lo sabemos. Ese es nuestro problema: obtener el valor del tiempo final.

Cuando trabajamos con una igualdad donde aparece un valor desconocido, decimos que la igualdad es una **ecuación**. Y al valor desconocido lo llamamos **incógnita** (algo que no conocemos y deseamos descubrir).

Es muy cómodo usar letras para representar las incógnitas. Puedes usar la letra "a", la letra "b", la letra "x" o la letra que te de la real gana. Lo importante es que entiendas que el valor de la incógnita es un número que tienes que descubrir.

Como la incógnita es un número, puedes operar con ella como si fuese un número. Por ejemplo: puede hacer el producto "cinco veces la incógnita". ¿Cuánto vale ese producto? No lo sabemos. Pero podemos escribir la operación matemática en la ecuación.

$$300 = 5 \times t_f$$

Es decir, el valor de la incógnita t_f es un número que multiplicado por 5 da como resultado 300. Puedes ver la ecuación de la siguiente forma, que seguro lo habrás utilizado en Primaria al operar con números.

$$300 = 5 \times \square$$

¿Qué número debes escribir dentro del cuadrado para que el resultado final sea 300?

Resolver una ecuación con una incógnita es simplemente resolver un ejercicio de cuadraditos como los que hacías en Primaria.

Puedes ir probando hasta llegar a 300. $5 \times 1 = 5$, $5 \times 2 = 10$, $5 \times 3 = 15$ Pero ese método es poco recomendable. Porque tardas mucho y porque puede que el número que buscas sea un número con decimales, y quizás no lo encuentres ni probando durante 2 horas seguidas.

Lo más cómodo es pasar el factor 5 que está multiplicando en el miembro de la derecha, al miembro de la izquierda dividiendo.

$$\frac{300}{5} = \square$$

$$60 = \square$$

El número que va dentro del cuadradito es 60. Nuestra incógnita vale 60. Solo nos falta poner las unidades a la magnitud.

$$t_f = 60 \text{ s}$$

Lucas ha avanzado 60 segundos (1 minuto) a velocidad constante, entre semáforo y semáforo.

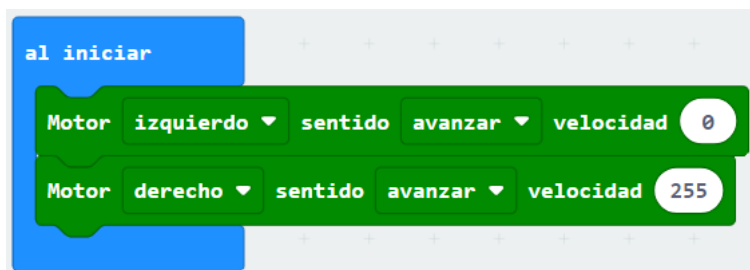
2. Robótica y pensamiento computacional: Avanzar y girar con robot maqueen

En la unidad anterior hemos movido a maqueen en línea recta.

¿Cómo conseguir que gire? Activando los dos motores a velocidades distintas (no olvides instalar la extensión Maqueen en tu zona de programación de makecode).

Si la velocidad del motor izquierdo es inferior a la velocidad del motor derecho, el robot girará hacia la izquierda. Si la velocidad del motor derecho es inferior a la velocidad del motor izquierdo, el robot girará hacia la derecha.

El giro más brusco se consigue poniendo un motor a 0 y el otro motor a 255. En este caso, maqueen quedaría girando constantemente alrededor de la rueda cuyo motor esté a 0.



Si deseamos, por ejemplo, que maqueen avance dos segundos en línea recta, y luego gire bruscamente a la izquierda durante 200 milisegundos para finalmente proseguir otros dos segundos en línea recta, deberemos hacer uso del bloque "pausa", que nos permite introducir un tiempo de espera hasta la ejecución de la siguiente línea de código. Fíjate que el bloque "pausa" admite un valor de tiempo en milisegundos.



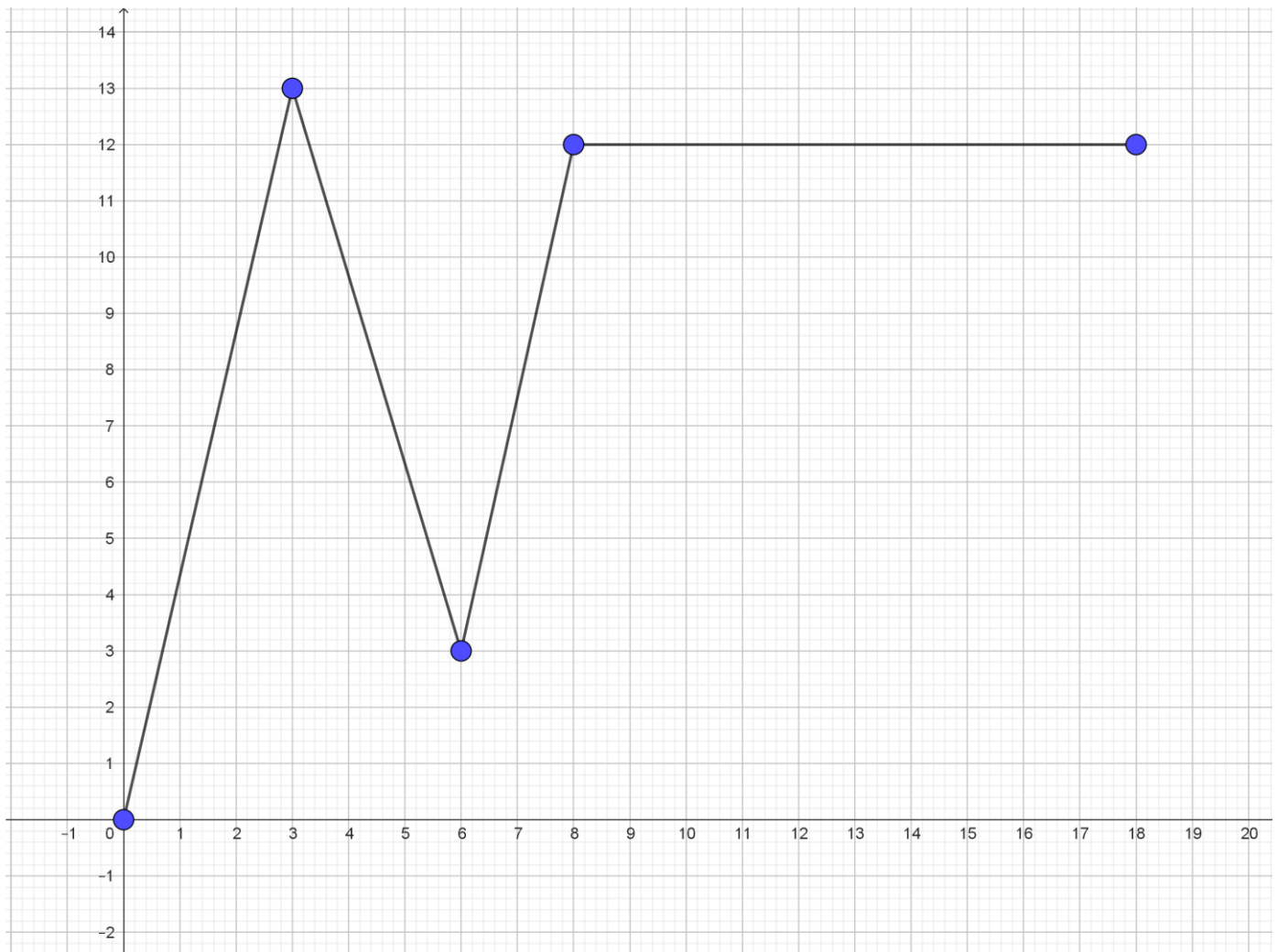
A continuación, encontrarás una gráfica de puntos en el plano. El profesor entregará a cada grupo de robótica una copia de esa gráfica en tamaño A2. Y os planteará el siguiente reto.

Coloca a maqueen en el origen de coordenadas, mirando horizontalmente hacia la derecha. Debes realizar un programa que permita al robot pasar una sola vez por todos los puntos de la gráfica. No es obligatorio seguir la línea

de los segmentos que unen los puntos. Pero sí es obligatorio pasar por todos los puntos, o lo más cercano posible a ellos. Además, se premiará al grupo que complete el recorrido en el menor tiempo posible.

Con lo que hemos estudiado de robótica en esta primera evaluación, y con un poco de paciencia aplicando “ensayo y error”, podrás resolver este reto. Recuerda que puedes fijar la velocidad que desees en el coche y que los puntos tienen coordenadas, que te pueden guían para saber cuánto tiempo tendrá que avanzar el coche y cuánto tiempo tendrá que girar para pasar por cada uno de los puntos.

NO OLVIDES COLOCAR EL COCHE SIEMPRE EN EL SUELO CUANDO LO VAYAS A UTILIZAR, PARA EVITAR CAÍDAS NO DESEADAS.



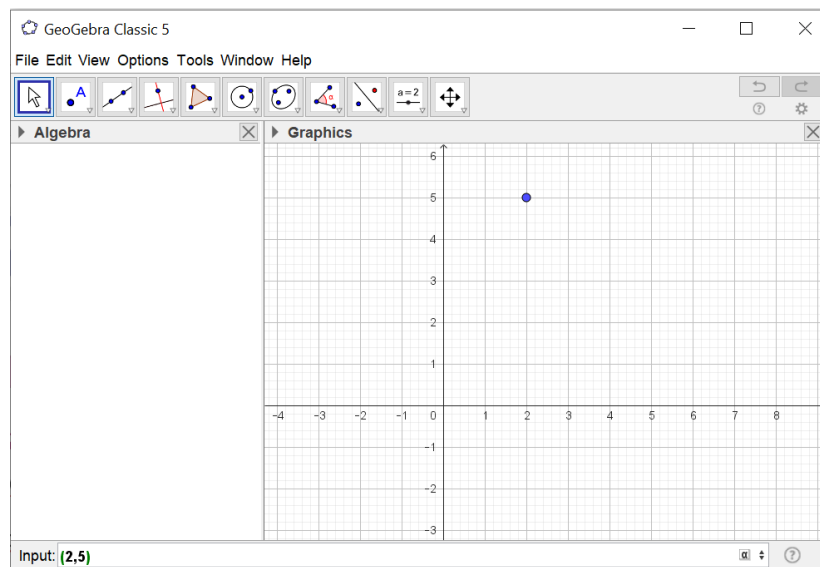
3. Simulación matemática con Geogebra: Points, segments and graphics

A point in two dimensions has two coordinates.

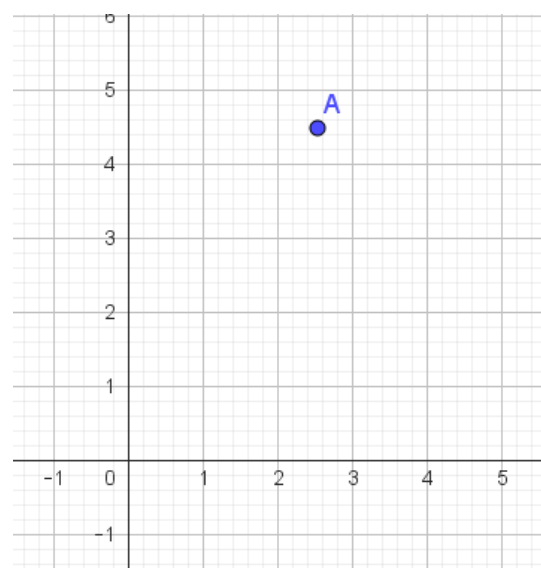
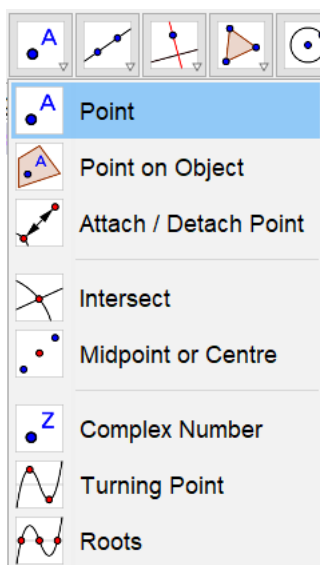
The first coordinate is the horizontal coordinate: x . The second coordinate is the vertical coordinate: y .

A point can be symbolised like this: (x, y) .

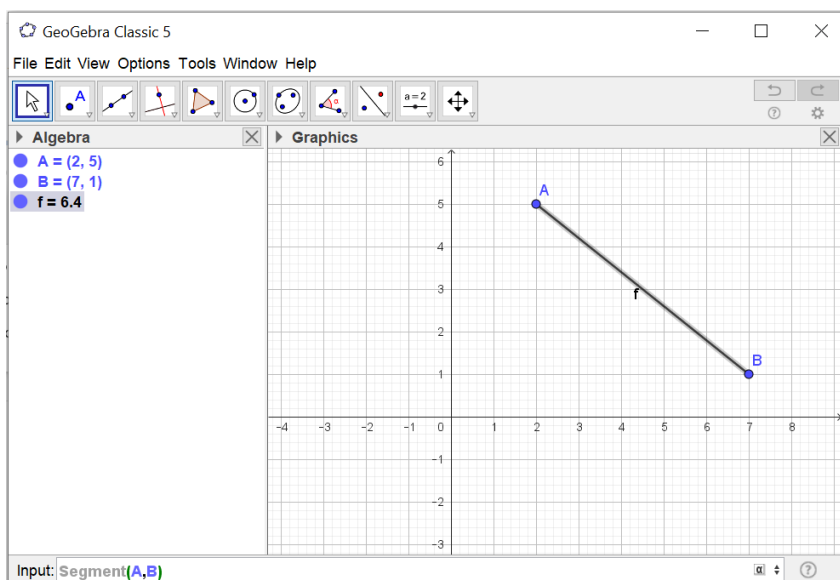
For example: write $(2,5)$ in the input box. You will see a blue dot over the cartesian system: $x=2$ and $y=5$.



Furthermore, you can introduce a point using the toolbar. You can select the button "Point" and then you can click on the cartesian system.

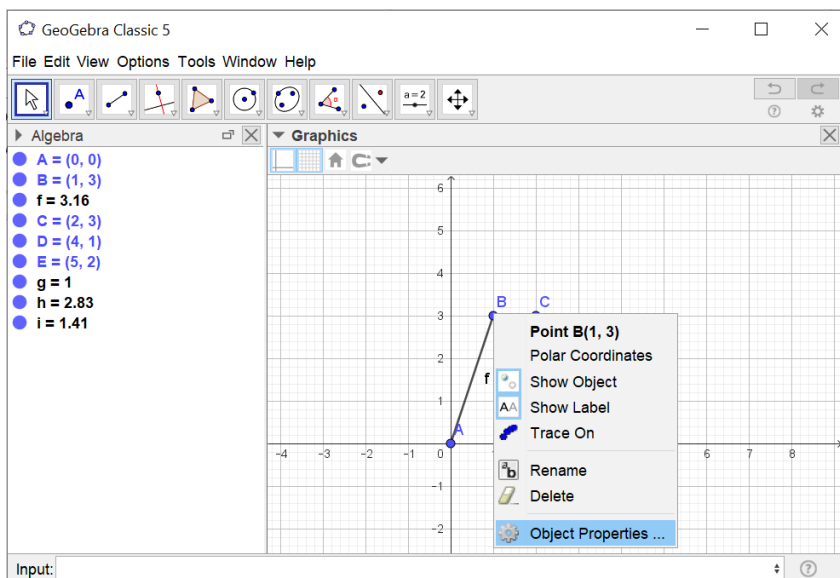


A segment is a straight line between two points. You can link two points A and B in Geogebra writing Segment(A,B) in the input box. Or you can use the button “Segment” from the toolbar.



In the top left corner of the image above, you can see the Algebra Window. That window shows the points coordinates and the segments length.

Finally, you can change the colour and the style of the points and of the segments with the Object Properties.



4. Descripción de la situación de aprendizaje: Dollar Street (La calle de la riqueza)

Dollar Street is a Gapminder Project.

<https://www.gapminder.org/dollar-street>

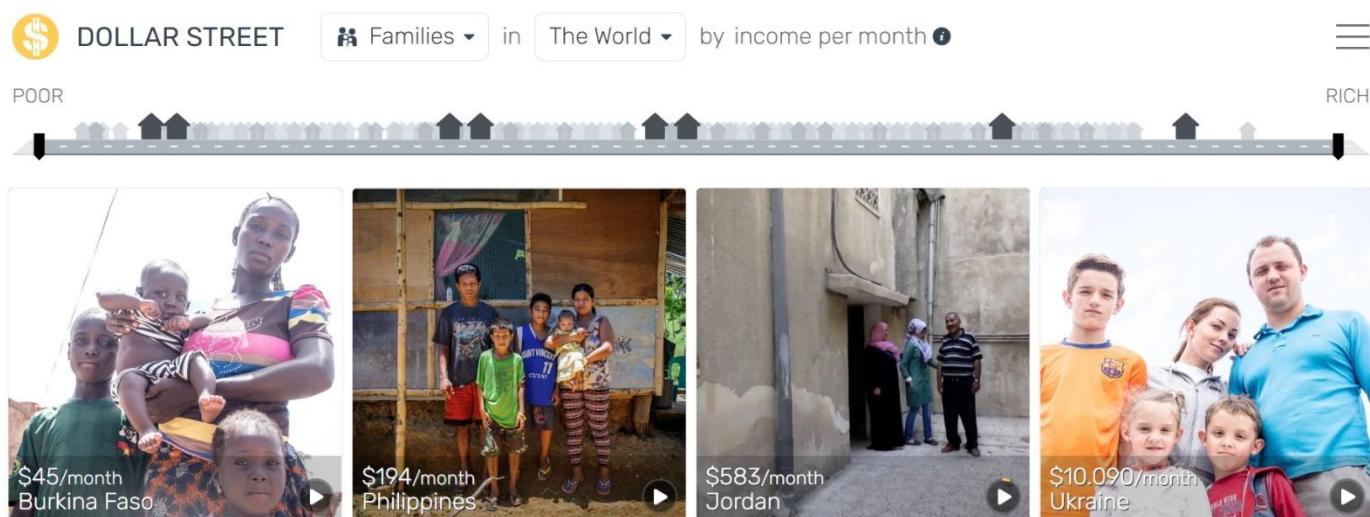
Dollar Street organizes families all over the world on an economic scale.

The symbol “\$” doesn’t mean dollar. It is the economic unit to compare different families.

At the beginning of the Dollar Street you will find “poor families”. At the end of the Dollar Street you will know “rich families”.

You can compare homes, foods and clothes from around the world.

What do you think is your family’s place in Dollar Street?



Con la información presentada en la situación de aprendizaje, realiza la siguiente comparativa entre familias representadas en Dollar Street:

- Crea un grupo de 2-3 alumnos.
- Cada miembro del grupo debe realizar las siguientes tareas en su propio cuaderno.
- Buscad la familia con menores ingresos económicos (Burkina Faso) y la familia con mayor cantidad de ingresos (Francia). Usando la escala económica de Dollar Street, ¿cuántas familias como la de Burkina Faso podrían vivir con los ingresos de la familia de Francia?
- Busca las dos familias con mayores ingresos económicos (Francia y China) en Dollar Street. Si los ingresos de la familia más rica fuese el 100% de referencia, ¿qué porcentaje serían los ingresos de la segunda familia más rica?
- Compara los baños, seleccionando “Toilets” en el desplegable superior. ¿Encuentras diferencias entre los baños de las casas del principio y del fin de Dollar Street? Escribe un párrafo de 2-3 líneas con tu opinión al respecto.
- Ahora que se acercan los días de Navidad, tan propensos a regalos, compara los juguetes, seleccionando “Toys” en el desplegable superior. ¿Encuentras diferencias entre los juguetes de los niños que viven en las casas del principio y en las casas del fin de Dollar Street? Escribe un párrafo de 2-3 líneas con tu opinión al respecto.

5. Productos finales que se evaluarán

- T.E.C.A. Trabajo escrito con apuntes sobre todos los contenidos que llevamos trabajados en el curso. En el momento en que terminemos la cuarta situación de aprendizaje, el profesor puede realizar el T.E.C.A. el día que considere oportuno. Sin necesidad de informar previamente a los alumnos.
- Cuaderno de clase (**no olvides los criterios de orden, presentación y limpieza presentados al inicio de curso**)
 - Portada con el número y el título del tema
 - Completa la tabla del apartado 1.1. en el que aparecen los datos, por países, del número de asesinatos. Y escribe de manera razonada en qué país hay menor índice de muertes violentas.
 - Copia y explica, de manera ordenada, los dos ejemplos resueltos de factores de conversión del apartado 1.2.
 - Completa la tabla del apartado 1.4 sobre el tablero de ajedrez como ejemplo de sistema cartesiano, indicando la casilla (letra y número) asociada a cada letra. Obtén la frase oculta en el tablero.
 - Copia la fórmula de la posición final en M.R.U. y el ejemplo resuelto del patinete de Sonia del apartado 1.5. Realiza en tu cuaderno las actividades indicadas en la situación de aprendizaje sobre Dollar Street. Responde de manera razonada y escribiendo todas las operaciones matemáticas necesarias. **Si realizas esta actividad en inglés, se valorará positivamente en la nota.**
- Robótica: Programa con tu grupo de robótica al robot maqueen para que realice, en el menor tiempo posible, el recorrido de los puntos señalados en la gráfica en tamaño A2 que te ha entregado el profesor. No tienes por qué seguir el trazo de los segmentos de la gráfica. Lo importante es que pases una vez por cada punto, o lo más cerca posible de esos puntos. No hacerlo, penaliza en la nota final. Tendrás que aplicar “ensayo y error”, para saber cuánto tiempo tendrá que avanzar tu coche y qué giros deberá realizar, para lograr pasar por todos los puntos. Recuerda que en la unidad anterior hicimos un estudio de la velocidad real del bloque “Motor”. También te será de utilidad las coordenadas de los puntos de la gráfica, ya que te permite hacer cálculos de distancia y tiempo para una velocidad constante (M.R.U.). **CUANDO USES EL COCHE PONLO SIEMPRE EN EL SUELO, NUNCA SOBRE LA MESA, PARA EVITAR CAÍDAS IRREVERSIBLES.** El profesor puede preguntar a vuestro grupo cualquier aspecto del código de programación. Además de enseñar al profesor el coche en funcionamiento, cada miembro del grupo debe tener en su cuaderno las indicaciones generales del movimiento: tiempo de avance, tiempo de giro, velocidad en cada motor, etc. **Si esta descripción del funcionamiento la escribes en tu cuaderno en inglés, se valorará positivamente la nota.**
- Simulación matemática con Geogebra: Enseña al profesor un archivo de Geogebra con diez puntos de una gráfica espacio-tiempo, con todos los segmentos dibujados en trazo discontinuo. Junto a cada punto deben aparecer sus correspondientes coordenadas (x,y). Recuerda que el profesor puede preguntarte en cualquier momento que le expliques cómo has hecho la actividad.
- Respuesta oral a preguntas.
- Trabajo diario.

6. Ejercicios resueltos para practicar y para pensar

INTENTA LOS EJERCICIOS POR TI MISMO.

SI ALGO NO TE SALE, PUEDES MIRAR LA SOLUCIÓN.

SI NO COMPRENDES ALGÚN PASO, PREGUNTA AL PROFESOR (NO AL PROFESOR PARTICULAR NI A LA ACADEMIA, SINO AL PROFESOR DE LA ASIGNATURA EN EL COLEGIO).

1. Ordena de menor a mayor las siguientes fracciones: $-\frac{3}{4}, \frac{4}{15}, -\frac{1}{6}, -\frac{7}{15}, \frac{3}{10}, \frac{2}{5}$

Ordenar fracciones de diferente denominador es un ejemplo de aplicación del m.c.m.

Usamos el m.c.m. de los denominadores para obtener fracciones equivalentes de cada fracción de partida, pero con la condición de que todas las fracciones tengan el mismo denominador. A igual denominador, es sencillo ordenar las fracciones mirando directamente el valor del numerador.

Factorizamos los denominadores en números primos.

$$4 = 2^2$$

$$15 = 3 \times 5$$

$$6 = 2 \times 3$$

$$10 = 2 \times 5$$

$$5 = 5$$

Con la esperanza de que, en unidades anteriores al trabajar con polícubos, hayas comprendido bien el concepto de m.c.m. y tengas manejo en las operaciones, vamos a aplicar directamente el atajo matemático estudiamos: el m.c.m. se obtiene como el producto de los factores comunes y no comunes elevados al mayor exponente en que aparecen.

$$m.c.m.(4,5,6,10,16) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

Creamos fracciones equivalentes de cada fracción de partida, con la condición de que el denominador siempre sea igual a 60. Por ejemplo: en la fracción $\frac{3}{10}$ debemos hacer 6 veces 10 en el denominador para obtener 60. Por lo tanto, en el numerador también debemos hacer 6 veces 3, que nos dará 18.

$$-\frac{3}{4} = -\frac{45}{60}$$

$$\frac{4}{15} = \frac{16}{60}$$

$$-\frac{1}{6} = -\frac{10}{60}$$

$$-\frac{7}{15} = -\frac{28}{60}$$

$$\frac{3}{10} = \frac{18}{60}$$

$$\frac{2}{5} = \frac{24}{60}$$

¡Ojo con el signo negativo a la hora de ordenar!

$$-\frac{45}{60} < -\frac{28}{60} < -\frac{10}{60} < \frac{16}{60} < \frac{18}{60} < \frac{24}{60}$$

Y expresamos la ordenación final usando las fracciones irreducibles del enunciado de partida

$$-\frac{3}{4} < -\frac{7}{15} < -\frac{1}{6} < \frac{4}{15} < \frac{3}{10} < \frac{2}{5}$$

PARA PENSAR 10. ¿Por qué hemos trabajado con el m.c.m. de los numeradores en vez de multiplicar todos los denominadores a lo “bruto” para conseguir un múltiplo común? ¿No llegaríamos a la misma solución del ejercicios, sin necesidad de factorizar en números primos?

2. En un país de 150 millones de habitantes hay 400 televisores por cada 1.000 habitantes. Asumiendo este dato promedio, ¿puede estimar el número de televisores totales en el país?

La proporción de televisores por habitantes podemos escribirla como una fracción.

$$\frac{400 \text{ televisores}}{1.000 \text{ habitantes}}$$

Debemos obtener una fracción equivalente donde el denominador será igual a los 150 millones de habitantes de la población del país. El mismo número por el que debemos multiplicar 1.000 para convertirlo en 150 millones en el denominador, será el número por el que debemos multiplicar los 400 televisores del numerador.

150.000 veces 1.000 es igual 150 millones de habitantes.

150.000 veces 400 es igual a 60 millones de televisores en todo el país.

3. María y Paco trabajan en un quiosco. Ella en el turno de mañana y él en el turno de tarde.

Venden el periódico local “Viva nuestra ciudad”. María, por la mañana, siempre los organiza en tres montones idénticos. Y coloca dos pequeñas piedras sobre dos de los montones para garantizar que las personas cojan los periódicos del primer montón. Y, si se acaba, quita una de las piedras de uno de los otros montones para que se venda.

Cuando Paco llega por la tarde, ve que solo queda uno de los tres montones sin vender, con la piedra colocada encima. Paco coge ese montón y lo divide en dos partes iguales. Coloca nuevamente una piedra sobre uno de los dos montones.

Cuando Paco cierra el quiosco, comprueba que solo quedan periódicos de un montón, que sigue teniendo la piedra encima. Han quedado sin vender 20 periódicos. ¿Cuántos periódicos había inicialmente por la mañana? ¿Qué proporción de periódicos no se ha vendido? ¿Qué porcentaje de periódicos si se ha vendido?

Paco tenía dos montones idénticos, y ha venido uno de los montones por completo. Al llegar Paco había dos veces 20. Es decir, 40 periódicos.

Esos 40 periódicos formaban uno de los tres montones de María. Por la mañana, al abrir, María tenía tres veces 40. Es decir, 120 periódicos.

La proporción de periódicos no vendidos es una fracción parte/todo. Donde la parte son los 20 ejemplares sin vender, y el todo son los 120 periódicos iniciales.

$$\frac{20}{120}$$

Cuya fracción irreducible es:

$$\frac{1}{6}$$

No se han vendido $\frac{1}{6}$ de los periódicos iniciales. O lo que es lo mismo, se han vendido $\frac{5}{6}$ de los periódicos con los que comenzó María.

En decimal, la fracción $\frac{1}{6}$ tiene infinitos decimales: 0,1666666666...666666...666666...

Como no tenemos infinito tiempo ni infinita paciencia, lo aproximamos a cuatro cifras decimales: 0,1667.

Si multiplicamos por 100 para obtener %, podemos afirmar que no se han vendido aproximadamente el 16,67% de los periódicos y sí se han vendido el 83,33%.

Estos valores son aproximados, porque no hemos considerado los infinitos decimales de $\frac{1}{6}$ en formato decimal.

PARA PENSAR 11. ¿Cómo hace la calculadora para pasar a decimal un número como $\frac{1}{6}$? ¿Almacena los infinitos decimales? Si no los almacena, ¿cómo pasa luego del número decimal a la fracción exacta pulsando el famoso botón que tienen algunas calculadoras (S $\leftrightarrow$ D)?

4. El ciclista danés Jonas Vingegaard realizó el 18 de julio de 2023 una contrarreloj para la historia en el Tour de Francia. En apenas 22,4 km sacó prácticamente más de dos minutos de diferencia a todos sus rivales. Vingegaard reconoció al finalizar que había realizado la mejor contrarreloj de su vida.

La organización de la carrera tomó tiempos intermedios a los 7,1 km, a los 16,1 km, a los 18,9 km y en los definitivos 22,4 km. Los tiempos de paso de Vingegaard en cada uno de esos puntos fueron 10:13 min, 19:05 min, 25:52 min y 32:36 min respectivamente.



Calcula la velocidad media entre cada uno de los pasos intermedios. Con esa información, ¿podemos decidir qué tramos de la contrarreloj tenían un perfil más suave qué tramos más duro? ¿Influirá el cansancio del ciclista en este análisis de los datos?

Realizamos una tabla para organizar la información.

Contrarreloj de Jonas Vingegaard 18 julio 2023 – Etapa 16 del Tour de Francia				
Distancia desde la salida	7,1 km	16,1 km	18,9 km	22,4 km
Tiempo desde la salida	10:13 min	19:05 min	25:52 min	32:36 min

Asumimos la salida como origen de coordenadas. Por lo que en la salida tendremos posición 0 km y tiempo 0 s.

También asumimos que el ciclista viaja en cada tramo a una velocidad constante igual a la velocidad media que podemos obtener con la fórmula del M.R.U.

$$v = \frac{s_f - s_0}{t_f - t_0}$$

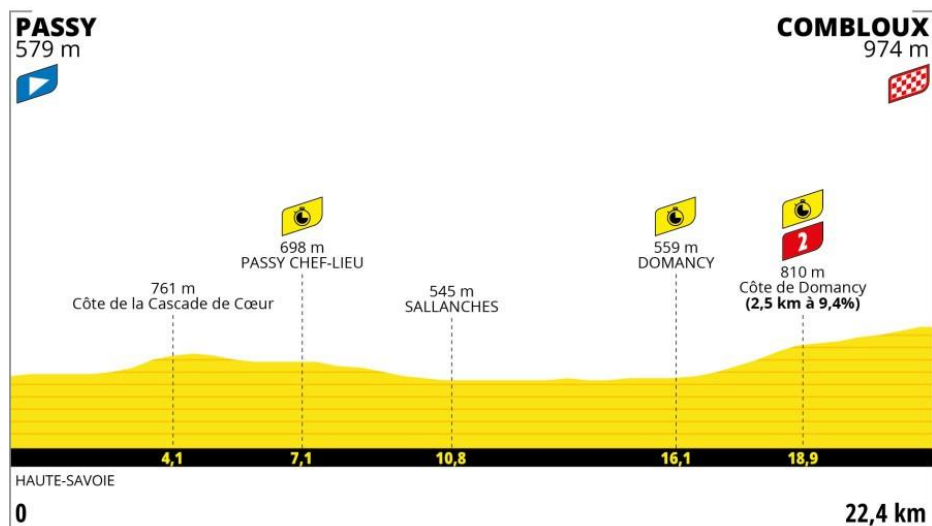
Para obtener la velocidad en unidades de km/h, pasamos los tiempos intermedios a horas.

Velocidad media de Jonas Vingegaard en cada tramo de la contrarreloj				
Distancia desde la salida $s_0 = 0 \text{ km}$	7,1 km	16,1 km	18,9 km	22,4 km
Tiempo desde la salida $t_0 = 0 \text{ s} = 0 \text{ h}$	10:13 min = 613 s $\frac{613}{3.600} = 0,17 \text{ h}$	19:05 min = 1.145 s $\frac{1.145}{3.600} = 0,32 \text{ h}$	25:52 min = 1.552 s $\frac{1.552}{3.600} = 0,43 \text{ h}$	32:36 min = 1.956 s $\frac{1.956}{3.600} = 0,54 \text{ h}$
Velocidad media	$v = \frac{7,1 - 0}{0,17 - 0}$ $v = 41,76 \text{ km/h}$	$v = \frac{16,1 - 7,1}{0,32 - 0,17}$ $v = 60 \text{ km/h}$	$v = \frac{18,9 - 16,1}{0,43 - 0,32}$ $v = 25,45 \text{ km/h}$	$v = \frac{22,4 - 18,9}{0,54 - 0,43}$ $v = 31,82 \text{ km/h}$

El tramo de mayor velocidad es el que va de los 7,1 km a los 16,1 km. Parece que en esos kilómetros el perfil es llano o cuesta abajo.

Hay una clara diferencia entre la velocidad media del tramo entre 16,1 km y 18,9 km, y la velocidad media del resto de tramos. Parece claro que, en ese tramo, el perfil de la contrarreloj es bastante más duro. Y no parece que la bajada en velocidad se deba al cansancio, porque en el último tramo entre 18,9 km y 22,4 km, la velocidad media vuelve a subir.

Estas hipótesis se confirman observando el perfil oficial de la contrarreloj, publicado en la web del Tour de Francia.



5. Tres hermanos deben repartirse 120 €. Ana se lleva $\frac{7}{15}$ del total. María $\frac{5}{12}$ del total. Y Luis el resto. ¿Cuánto dinero se lleva Luis? ¿Qué fracción del total se lleva Luis?

Calculamos la fracción suma de la fracción de Ana más la fracción de María.

$$\frac{7}{15} + \frac{5}{12}$$

Descomponemos los denominadores en factores primos.

$$15 = 3 \times 5$$

$$12 = 2^2 \times 3$$

Obtenemos el m.c.m. de los denominadores.

$$m.c.m.(12,15) = 2^2 \times 3 \times 5 = 60$$

Obtenemos las fracciones equivalentes con denominador 60.

$$\frac{28}{60} + \frac{25}{60}$$

Dejamos el mismo denominador y sumamos los numeradores.

$$\frac{53}{60}$$

Es decir: Ana y María se llevan, entre las dos, $\frac{53}{60}$ de la cantidad total.

$$\frac{53}{60} \text{ de } 120 = \frac{53}{60} \times 120 = 106 \text{ €}$$

Si Ana y María se llevan 106€, significa que Luis se lleva $120 - 106 = 14$ €.

Calculamos la fracción del total que suponen estos 14 €.

$$\frac{14}{120}$$

Numerador y denominador tienen el 2 como divisor común. Por lo que podemos simplificar dividiendo entre 2 tanto el numerador como el denominador.

$$\frac{7}{60}$$

6. Juan cuida del mantenimiento de su acuario. Cada semana extrae del acuario dos garrafas de 5 litros, que luego utiliza para regar las plantas. Cuando rellena el acuario con agua limpia, debe aplicar 4 centímetros cúbicos de anticloro y 12 centímetros cúbicos de líquido bacteriano para que los peces vivan en buenas condiciones higiénicas.

Una vez al mes, Juan extrae tres garrafas de 5 litros en vez de dos garrafas. ¿Qué cantidad de anticloro y de líquido bacteriano debe aplicar cuando repone el agua de esas tres garrafas?

Podemos resolver del múltiples formas con ayuda de las fracciones.

Por ejemplo, si Juan aplica 4 centímetros cúbicos cada 10 litros de agua (dos garrafas de 5 litros suman 10 litros), significa que se cumple la proporción:

$$\frac{4 \text{ cm}^3}{10 \text{ litros}} = 0,40 \text{ cm}^3/\text{litro}$$

Lo mismo podemos plantear con los 12 centímetros cúbicos de líquido bacteriano.

$$\frac{12 \text{ cm}^3}{10 \text{ litros}} = 1,2 \text{ cm}^3/\text{litro}$$

Si mensualmente Juan extrae 15 litros (tres garrafas de 5 litros suman 15 litros), solo deberemos multiplicar el valor decimal de las proporciones por el número total de litros.

$$0,40 \frac{\text{cm}^3}{\text{litro}} \times 15 \text{ litros} = 6 \text{ cm}^3$$

$$1,2 \frac{\text{cm}^3}{\text{litro}} \times 15 \text{ litros} = 18 \text{ cm}^3$$

PARA PENSAR 12. En este ejercicio aparecen dos unidades para hablar de volumen. Por un lado, el centímetro cúbico (que pertenece a la escala del metro cúbico, y que ya lo hemos estudiado en unidades anteriores). Y por otro lado el litro. ¿Es lo mismo un metro cúbico que un litro? ¿Qué relación existe? Un polícubo tiene por arista 2 cm. Si unes 5 polícubos, tendrás una longitud de 10 cm, que es igual a 1 dm. Si formas un gran cubo de arista 5 polícubos, ¿sabes que volumen obtienes?

7. Realiza los siguientes factores de conversión, expresando las soluciones en notación científica (una cifra no nula en la parte entera y dos cifras redondeadas en la parte decimal, usando potencias de base diez).

a) 4,672 mm (dam)

$$4,672 \text{ mm} \cdot \frac{1 \text{ dam}}{10.000 \text{ mm}} = 4,672 \cdot 10^{-4} = 4,67 \cdot 10^{-4} \text{ dam}$$

b) 3,67 mg (hg)

$$3,67 \text{ mg} \cdot \frac{1 \text{ hg}}{100.000 \text{ mg}} = 3,67 \cdot 10^{-5}$$

c) 16,87 km² (dm²)

$$16,87 \text{ km}^2 \cdot \frac{(10^2)^4 \text{ dm}^2}{1 \text{ km}^2} = 16,87 \cdot 10^8 \text{ dm}^2$$

d) 200 m/s (km/h)

$$200 \frac{m}{s} \cdot \frac{1 km}{1.000 m} \cdot \frac{3.600 s}{1 h} = 720 km/h$$

e) 36 Km/h (m/s)

$$36 \frac{km}{h} \cdot \frac{1.000 m}{1 km} \cdot \frac{1 h}{3.600 s} = 10 m/s$$

f) 1,7 g/cm³ (kg/m³)

$$1,7 \frac{g}{cm^3} \cdot \frac{1 kg}{1.000 g} \cdot \frac{(10^3)^2 cm^3}{1 m^3} = 1,7 \cdot \frac{10^3 kg}{m^3}$$

8. Dos personas están separadas por 100 metros a lo largo de una pista de atletismo. Los dos corren al encuentro del otro a la misma vez. El primero con una velocidad 4 m/s y el segundo a 5 m/s. ¿Cuánto tiempo transcurre desde el inicio hasta que se cruzan? ¿Qué distancia recorre cada persona?

Ambos corredores (A y B) se mueven según M.R.U., con velocidad constante.

Consideramos que ambos corredores parten al mismo tiempo (tiempo inicial igual a 0) y con posición inicial igual a 0 metros. Con esto, la ecuación general del M.R.U. para obtener la distancia final recorrida queda:

$$s_f = s_0 + v \cdot (t_f - t_0)$$

$$s_f = v \cdot t_f$$

El corredor A avanza a 4 m/s, por lo que recorre una distancia igual a:

$$s_A = 4 \cdot t_f$$

El corredor B avanza a 5 m/s, por lo que recorre:

$$s_B = 5 \cdot t_f$$

La letra t_f expresa el tiempo final en el que se cruzan los dos corredores. Como salen a la vez, el tiempo final será el mismo para ambos corredores.

La suma de ambas distancias debe ser igual a 100 metros, que es el total de metros que separa inicialmente a los dos corredores.

$$s_A + s_B = 100$$

Sustituimos el valor de s_A y de s_B por las expresiones que hemos deducido anteriormente.

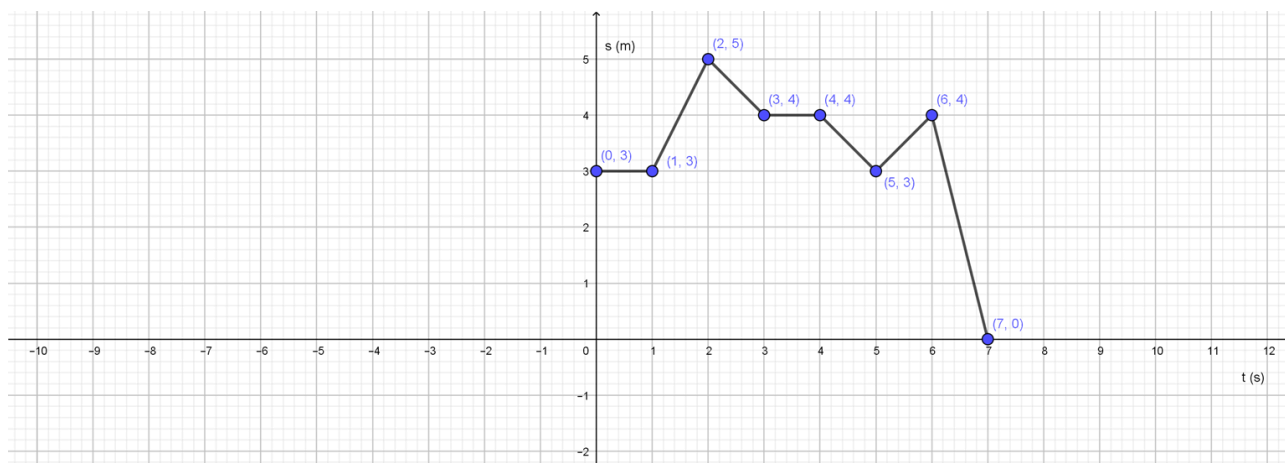
$$4 \cdot t_f + 5 \cdot t_f = 100$$

La incógnita es el tiempo final t_f del desplazamiento. Sumamos las dos cantidades que dependen del tiempo final.

$$9 \cdot t = 100$$

$$t = \frac{100}{9} = 11,11 \dots s$$

9. Dada la siguiente gráfica, calcula la velocidad media en los siguientes intervalos: entre 0 y 1 segundo; entre 2 y 3 segundos; entre 5 y 6 segundos. Suponemos M.R.U. en cada intervalo.



Empleamos la fórmula para obtener la velocidad constante en los M.R.U.

$$v = \frac{s_f - s_0}{t_f - t_0}$$

Entre 0 y 1 segundo:

$$v = \frac{3 - 3}{1 - 0} = 0 \text{ m/s}$$

Entre 2 y 3 segundos:

$$v = \frac{4 - 5}{3 - 2} = -1 \text{ m/s}$$

Entre 5 y 6 segundos:

$$v = \frac{6 - 5}{4 - 3} = 1 \text{ m/s}$$

10. El sonido es un fenómeno físico que estudiaremos en unidades posteriores. Cuando el sonido se propaga por el aire, lo hace a una velocidad aproximada de 340 m/s. Esta velocidad depende de la temperatura ambiente, del viento y de la presión atmosférica.

Cuando el sonido viaja por el agua, su velocidad es aún mayor: 1,46 km/s.

¿Cuánto tiempo tarda el sonido en recorrer 100 metros en aire y en agua, asumiendo M.R.U.?

Partimos de la fórmula para la velocidad constante:

$$v = \frac{s_f - s_0}{t_f - t_0}$$

Asumiendo, como tantas veces, tiempo inicial y posición inicial nulos, tendremos:

$$v = \frac{s_f}{t_f}$$

Despejamos el tiempo final, operando en la igualdad. El tiempo pasa multiplicando al miembro de la izquierda.

$$v \times t_f = s_f$$

Y la velocidad pasa dividiendo al miembro de la derecha.

$$t_f = \frac{s_f}{v}$$

La distancia final es igual a 100 metros. Y el enunciado también nos da los datos de la velocidad del sonido en el aire y en el agua.

Aire:

$$t = \frac{100 \text{ m}}{340 \text{ m/s}} = 0,294 \text{ s} = 2,94 \cdot 10^{-1} \text{ s}$$

Agua (pasamos, en primer lugar, la velocidad 1,46 km/s a m/s):

$$1,46 \frac{\text{km}}{\text{s}} \cdot \frac{1.000 \text{ m}}{1 \text{ km}} = 1,46 \cdot 10^3 \text{ m/s}$$

$$t = \frac{100 \text{ m}}{1,46 \cdot 10^3 \text{ m/s}} = 0,0685 \text{ s} = 6,85 \cdot 10^{-2} \text{ s}$$

PARA PENSAR 13. ¿Por qué piensas que el sonido se propaga más rápido por el agua que por el aire? ¿Y si fuese un medio material sólido, como la madera?

7. Por si quieres seguir ampliando y aprendiendo

1. Pizza portions, balloons and NRICH activities

Read the link:

<https://nrich.maths.org/104>

Think about and answer to the different challenges related to a circular pizza division. You need knowledge of operations with fractions that the numerator is minor than the denominator.

You can use the teacher's fraction tables (1/1, 1/2, 1/3, 1/4, 1/5...) as an aid.

Read the link:

<https://nrich.maths.org/1040>

Think about and answer to the different challenges related to red and blue balloons. You need knowledge of operations with fractions that the numerator is greater than the denominator.

I recommend you arranging the data in a table. You can down it in the website printable appendix:

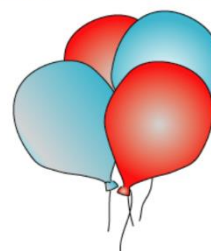
<https://www.geogebra.org/m/njgwxdkm#material/ducsmtnw>

My friends and I love pizza.



This is great because we always know what kind of food to make. There is a small problem. We often end up arguing over how much each person has eaten. We like to be fair and share out the pizzas equally.

Katie and Will have some balloons, some are red and some are blue.

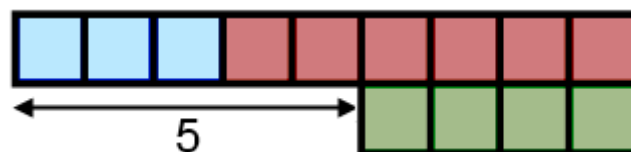


2. Usa los policubos para crear una columna de 3, 4 y 6 unidades de longitud. Responde a las siguientes preguntas, utilizando únicamente esas columnas.

a) ¿Puedes obtener una longitud igual a cualquier cantidad entera comprendida entre 1 y 7 unidades?

b) ¿Puedes obtener una longitud igual a 8 unidades?

c) ¿Eres capaz de encontrar otras columnas, diferente al grupo 3, 4 y 6, que permitan construir cualquier cantidad entre 1 y 7?



Esta actividad la puedes ver planteada en la web Wild Maths, donde además encontrarás gran variedad de actividades matemáticas enriquecidas:

<https://wild.maths.org/measuring-rods>

3. Ordena como si fueras un ordenador

Imagina que eres un ordenador y te dan diez números al azar para que encuentres el valor más pequeño.

Ese valor mínimo lo debes almacenar en una variable llamada “mínimo”. Una variable es como “un lugar” del ordenador cuyo contenido puede modificarse.

Haz un modelo con papel y lápiz de cómo trabajarías simulando ser a un ordenador. Es decir, los números están inicialmente ocultos y los vas leyendo uno a uno, siguiendo las siguientes reglas.:

- Debes “leer” los datos uno a uno. No puedes ver más de un número a la vez.
- Debes decidir “qué hacer” tras leer cada nuevo número: ¿Comparar con el mínimo almacenado? ¿Pasar al siguiente número de la lista? ¿Almacenar el último número leído como valor mínimo? ¿...?

PARA PENSAR 14. Enumera cada uno de los pasos que das. Siendo un paso la operación más sencilla posible que puedas imaginar (leer un número, pasar al siguiente, borrar información, etc.). ¿Cuántos pasos has dado? Compara tu número de pasos con otro compañero. ¿Siempre se obtiene el mismo número? ¿Influirá la forma en la que, aleatoriamente, aparezcan los números de la lista? ¿Hay rutinas de comparación más eficientes que otras (es decir, que realicen menos pasos totales)?

4. Fracciones unitarias

Una fracción del tipo $1/N$, donde N es un número entero mayor que 1, se llama fracción de la unidad.

Un teorema matemático afirma que cualquier fracción de la unidad puede expresarse como suma de otras dos fracciones de la unidad distintas.

Por ejemplo, $1/2$ se puede expresar como $1/3 + 1/6$.

Aplica este teorema a $1/3$, a $1/4$ y a $1/5$.

Una demostración del teorema (difícil para el nivel de 2ºESO, pero ahí lo dejo para gente amante de las Matemáticas) la puedes encontrar en el siguiente enlace de la web Underground Mathematics:

<https://undergroundmathematics.org/thinking-about-numbers/r9583>

PARA PENSAR 15. ¿Para qué sirve un teorema en matemáticas? ¿Qué sentido tiene “calentarse” tanto la cabeza en las demostraciones de los teoremas? ¿Conoces algún teorema famoso?

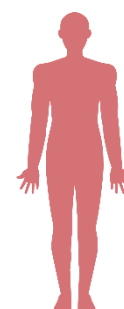
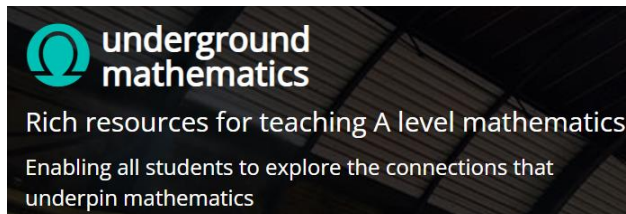
5. Relación entre partes del cuerpo (parte/todo)

Una fracción propia es una relación entre una parte del todo. Si sabes tu altura puedes obtener relaciones parte/todo con tu cuerpo.

Mide con una regla la longitud de tu cabeza y obtén la relación entre esa parte (la cabeza) con el todo (tu cuerpo).

Mide tu pie y obtén la relación pie/cuerpo.

Situación de aprendizaje 4 – Fracciones, factores de conversión y economía doméstica



Mide tu codo (hasta el dedo corazón estirado) y obtén la relación codo/cuerpo.

Tradicionalmente, se decía que un codo equivalía a dos pies. Es decir, un pie sería $\frac{1}{2}$ de la longitud del codo. ¿Se cumple en tu cuerpo esa relación $\frac{1}{2}$ entre tu pie (que será la parte) y tu codo (que será el todo)? ¿Se cumple en toda la clase? ¿Podemos hacer la media de la relación pie/codo de la clase? ¿Crees que las proporciones de nuestro cuerpo se mantienen desde que nacemos hasta que somos ancianos?

PARA PENSAR 16. Viendo los diferentes valores de la clase en la relación pie/codo, ¿tiene sentido hablar de un valor de esa proporción para toda la clase? ¿Y para toda la humanidad? ¿Qué significa ser normal en las proporciones físicas? ¿Todo el mundo tiene el mismo cuerpo? ¿Son los modelos y las modelos que aparecen en los carteles publicitarios valores “medios” del aspecto físico de la población? ¿Influye la opinión personal en lo que consideramos normal, o bonito, o bello?

6. Plano de una habitación a escala

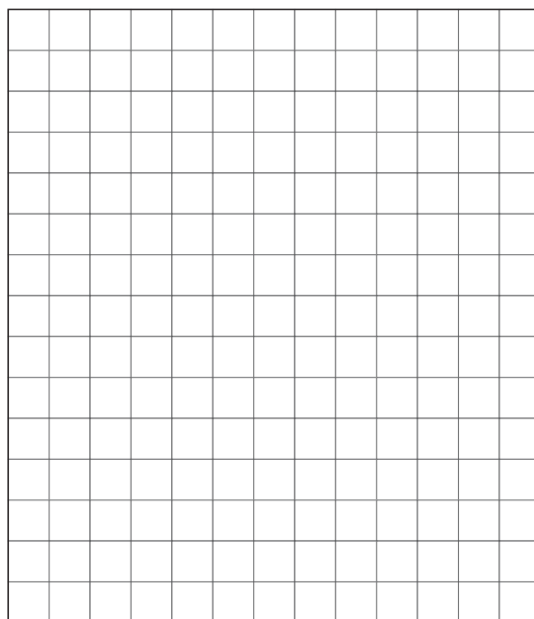
Imagina que ayudas a tu hermana mayor a montar la habitación de tu sobrino, tras la reforma que han realizado en su piso. Vista desde el techo, la habitación es un rectángulo de 3,9 metros de ancho y 4,5 metros de largo.

Debéis colocar los siguientes muebles (dimensiones ancho x largo x alto).

- Cama. Dimensiones 120 cm x 180 cm x 60 cm
- Armario. Dimensiones 120 cm x 60 cm x 200 cm
- Escritorio. Dimensiones 150 cm x 60 cm x 70 cm
- Silla. Dimensiones 60 cm x 60 cm x 90 cm

Usáis el plano de la imagen de la derecha, de 13x15 cuadraditos. El lado de cada cuadradito es una unidad de longitud de referencia.

La dimensión vertical del plano es la dirección Norte-Sur de la habitación. Y La dimensión horizontal del plano es la dirección Este-Oeste de la habitación.



¡Ojo con las puertas! Debéis señalarlas también en el plano. Hay una puerta en la pared Oeste que da acceso a un pasillo de la casa. Y hay otra puerta cristalera en la pared Sur que comunica con una terraza. El ancho de la puerta es de 85 cm y abren hacia dentro de la habitación.

¿Puedes hacer un diseño de la habitación sobre el plano, aplicando adecuadamente la escala a las dimensiones de los muebles y de las puertas? ¿Caben todos los muebles o hay que buscar muebles más pequeños?

PARA PENSAR 17. ¿Por qué usamos un plano 13x15 cuadradito y no de 14x15? ¿Cuántos metros cuadrados reales representan un cuadradito del plano? ¿Cuál es la superficie total de la habitación? ¿Cuál es la proporción de superficie que ocupan los muebles respecto a la superficie total de toda la habitación? ¿Puedes expresar esa proporción en %? ¿Puedes rediseñar tu plano para que se pueda extender en el suelo un mapa de dimensiones 2,60 m x 2,60 m?

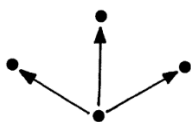
7. The Climbing Game

Este juego aparece descrito en la página 12 del siguiente recurso de la web Shell Centre for Mathematical education Publications:

https://www.mathshell.com/publications/tss/ppn/ppn_teacher.pdf

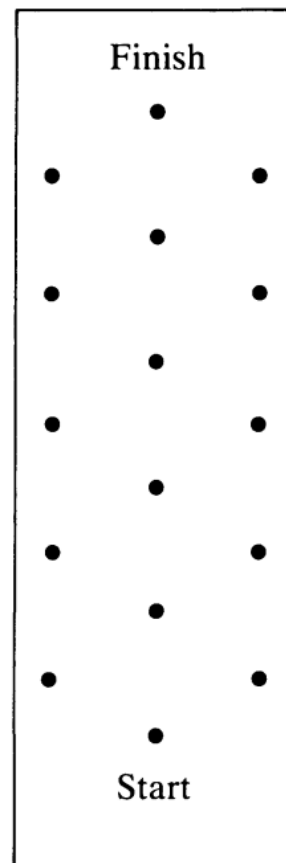
Es un juego de estrategia para dos jugadores, donde cada movimiento es simbolizado por una flecha, que puede entenderse como un vector velocidad que apunta en una dirección y sentido (hemos estudiado en las unidades 3 y 4 que la velocidad posee dirección y sentido, aunque no hemos entrado en el concepto matemático de vector).

Un jugador comienza en el punto de inicio de la imagen de la derecha y debe desplazarse, con una flecha, a un punto adyacente que se encuentre a una altura superior. La siguiente imagen muestra las tres opciones iniciales de desplazamiento que tiene el jugador inicial.



Tras el movimiento inicial, es el turno del segundo jugador, que debe seguir las mismas reglas de movimiento descritas anteriormente.

Cada jugador dibuja flechas en turnos alternos, ganando el jugador que llegue con su flecha al punto final.



PARA PENSAR 18. ¿Crees que hay una estrategia ganadora para el jugador que inicia el movimiento? Razona tu respuesta y haz dibujos con las posibles alternativas. ¿Crees que existe algún tipo de simetría en el tablero de juego que facilite el razonamiento sobre la estrategia ganadora?

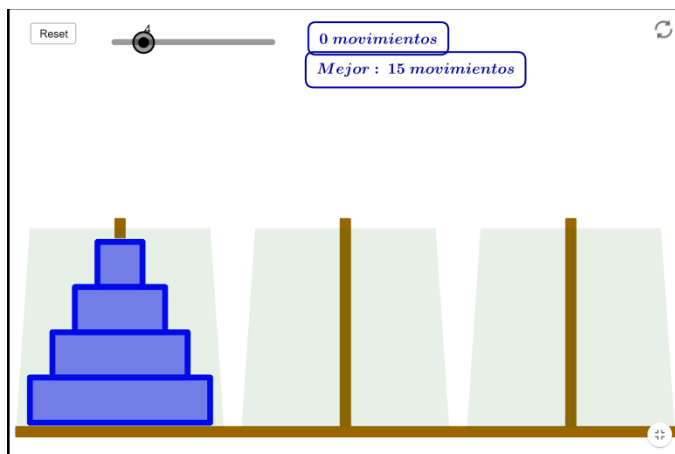
8. Las torres de Hanoi

El juego conocido como “Las torres de Hanoi” es un rompecabezas ideado en el s. XIX. Tenemos tres varillas verticales y unos discos de diferente diámetro insertados en la primera de las varillas. Los discos están ordenados, de arriba hacia abajo, de menor a mayor radio.

La posición inicial de la torre podemos entenderla como un conjunto de fracciones encadenadas, donde el numerador siempre es de menor tamaño que el denominador.

El juego consiste en llevar la formación inicial a la tercera varilla, cumpliendo las siguientes normas:

- Solo se puede mover un disco a la vez.
- De cada varilla, en cada movimiento, solo se puede coger el disco que está situado más arriba en la torre.
- Un disco más grande no puede descansar sobre un disco más pequeño.



El siguiente enlace de Geogebra te permite jugar de manera online:

<https://www.geogebra.org/m/NqyWJVra>

PARA PENSAR 19. En la animación de Geogebra puedes cambiar el número de discos iniciales. La animación también te informa del número mínimo de pasos para poder resolver el rompecabezas. Para 2 discos se necesitan 3 pasos como mínimo. Para 3 discos se necesitan 7 pasos como mínimo. Para 4 discos se necesitan 15 pasos como mínimo. ¿Eres capaz de intuir cuántos pasos como mínimo serán necesarios para 5 discos? ¿Y para “n” discos?

9. Premios Nacionales de Cortometrajes de Educación Vial

Hemos resuelto ejercicios en contexto de circulación de vehículos por la vía pública, Y hemos reflexionado sobre las buenas normas y sobre los potenciales riesgos de circulación.



Cada año, a nivel nacional, se convoca un certamen de cortometrajes escolares de 1 minuto de duración sobre realidades relacionadas con la educación vial y las normas de seguridad. Puede ser buena idea plantear en clase la posibilidad de participar, ideando un guion, rodando las escenas y editando el montaje final.

<https://www.premioseducacionvial.com>

10. Otras formas de proporcionalidad: La razón aurea y la Proporción cordobesa

En la naturaleza y en las construcciones del ser humano, la proporcionalidad no es siempre tan evidente como en los MM.R.U. o como en las parábolas de los M.R.U.A. Hay infinitas formas de relacionar dos magnitudes.

Por ejemplo, la razón aurea, utilizada por los antiguos griegos en la construcción de sus templos. O la proporción cordobesa, donde se relaciona el radio de la circunferencia con el lado del octógono inscrito.

En los siguientes enlaces tienes oportunidad de aprender sobre estas leyes de proporcionalidad.

<https://definicion.de/proporcion-aurea/#una-relacion-entre-dos-segmentos>

<https://www.geogebra.org/m/GEg7cgQB>