

LEIS DOS COSSENOS

Bom, como já foi dito anteriormente, uma vez estudando o triângulo retângulo para as diferentes ângulos internos do mesmo no primeiro quadrante, podemos montar a tabela de senos cossenos e tangente de um ângulo que varie de 0° á 90° ou 0° á $\pi/2$ e a partir de sua simetria com relação ao eixo das ordenadas (OY) ou das abscissas (OX) e ainda a origem do plano cartesiano ponto (0,0), podemos encontrar os valores destas funções para o intervalo de 90° á 360° ou $\pi/2$ á 2π , estudando para isto o sinal de cada função em cada quadrante.

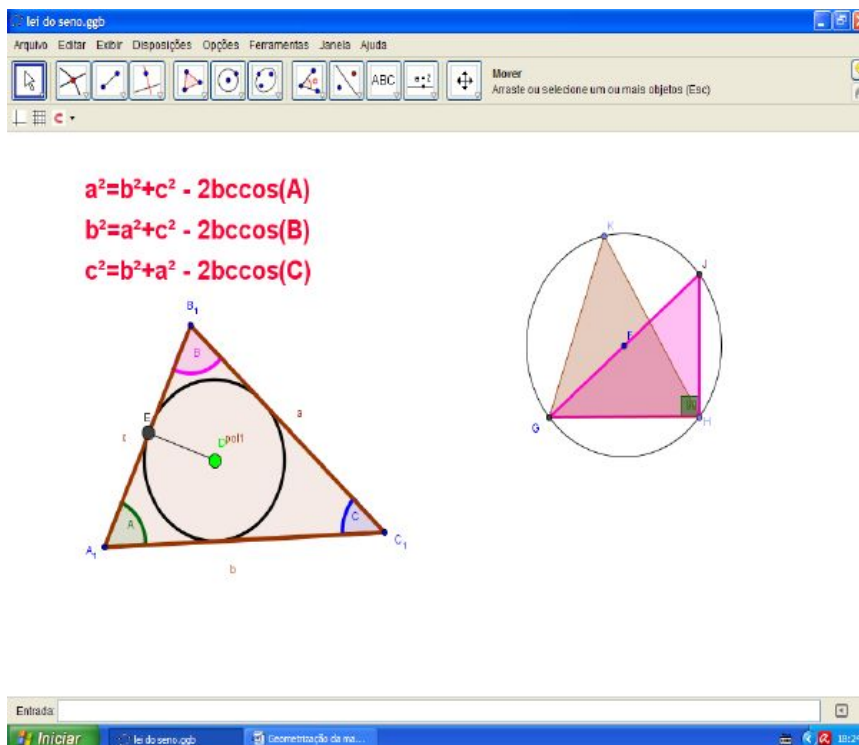
Desta forma, se a partir das relações entre os lados de um triângulo retângulo (ou de um ângulo) podem-se encontrar os valores de seno, cosseno e tangente do ângulo formado entre eles, então por que não fazer o contrário. Mas, e para os cossenos?

Será que podemos a partir das medidas de seno ou cosseno de um ângulo encontrar as medidas dos lados?

É isto mesmo, e é desta maneira que poderemos perceber que a relação de seno e cosseno não existe apenas em triângulos retângulos e sim para um triângulo qualquer.

Que para isto percebemos alguns detalhes interessantes, vamos lá?

De posse da figura anterior, faça um limpo no letreiro e escreva a lei dos cossenos:



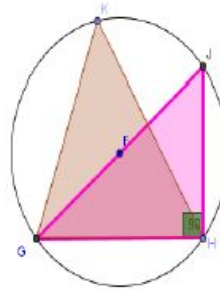
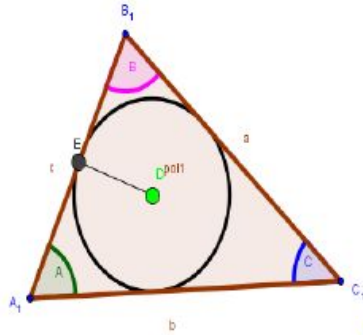
Esta relação é na verdade a originária da fórmula de Pitágoras, pois a fórmula de Pitágoras é nada mais nada menos do que um caso especial da lei dos cossenos, perceba:



$$a^2 = b^2 + c^2 - 2bc \cos(A)$$

$$b^2 = a^2 + c^2 - 2ac \cos(B)$$

$$c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos(C)$$



$$(GJ)^2 = (HJ)^2 + (GH)^2 - 2(HJ)(GH)\cos(H)$$



$(GJ)^2 = (HJ)^2 + (GH)^2 - 2(HJ)(GH)\cos(H)$ aqui perceba que

falamos do **triângulo reto GHJ** reto em H, e que **cos(H)**

$= \cos(90) = 0$ logo a expressão $2(HJ)(GH)\cos(H) = 0$ e a lei dos

cossenos se reduz a $(GJ)^2=(HJ)^2+(GH)^2$ ou a conhecida

$(\text{hipotenusa})^2=(\text{cateto oposto})^2+(\text{cateto adjacente})^2$.

Como já detalhamos um pouco mais a lei dos senos, apresentamos agora o mínimo para a lei dos cossenos, de maneira que fica maçante apresentar uma construção idêntica a anterior, mas lembre-se, para o estudo mais aprofundado da lei dos cossenos é primordial que o aluno perceba os casos para quando o triângulo é retângulo, obtusângulo ou acutângulo, para tanto já adianto que os caminhos serão o mesmo e, portanto não iremos detalhar, ficando assim a disposição do leitor em abrir um bom livro de geometria e aprofundar em seus estudos, pois se lembrem de sempre de que este material nada mais é do que uma possível e simples utilização do software GeoGebra para o estudo de trigonometria, a noção básica para o uso do software.

Prossiga sempre com seus estudos.

Exercícios:

Construa um triângulo qualquer, com as ferramentas do software encontre seus ângulos e seus lados, depois confira usando a relação que esta escrita na página anterior, a leis dos cossenos. Importante, talvez os valores vão diferenciar por algumas casas decimais, mas é devido à quantidade de casa decimais configurada no software ou na sua calculadora, não se preocupe.

O estudo das funções trigonométricas é amplo e por isto serão tratadas em outro livro de nome: ESTUDO DE FUNÇÕES TRIGONOMÉTRICAS COM O USO DO SOFTWARE GEOGEBRA.