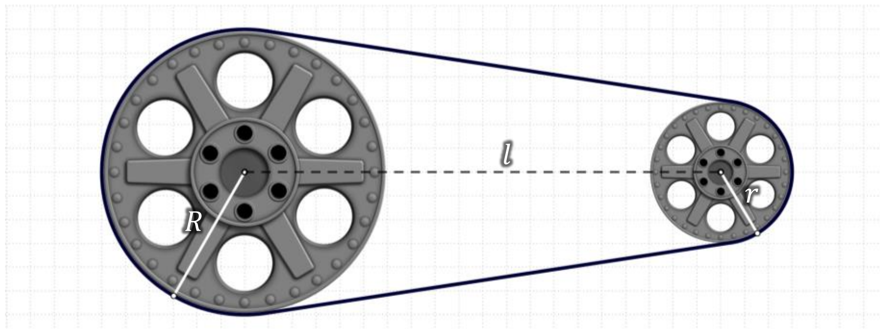
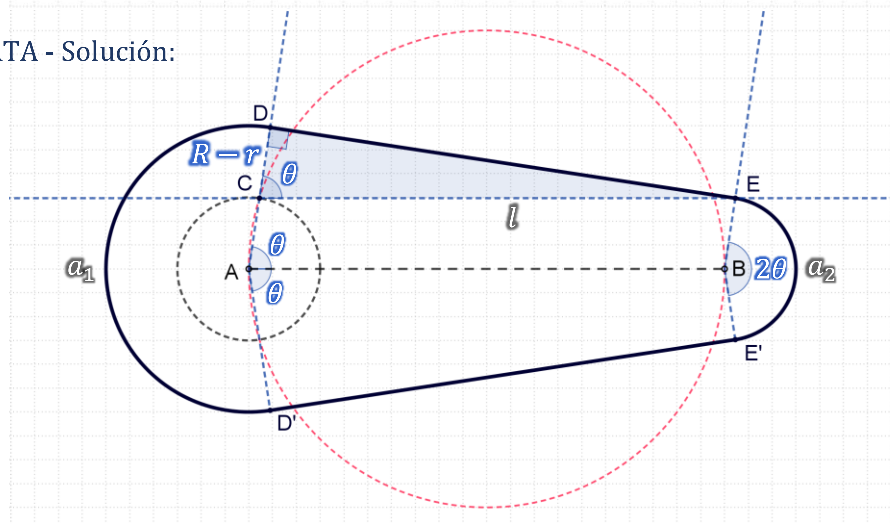
LONGITUD DE BANDA DE TRANSMISIÓN O CORREA DE TRANSMISIÓN

Se tienen dos poleas de radios R, r y la distancia entre sus ejes es l. ¿Cuál es la longitud de la banda de transmisión?



TRANSMISIÓN ABIERTA - Solución:



En la figura se observa un triángulo rectángulo con vértices CDE ($\triangle CDE$) y lados $\overline{CD}, \overline{DE}, \overline{CE}$.

De acuerdo a la información del problema y a la figura se tiene que:

$$\overline{CE} = l$$

$$\overline{CD} = R - r$$

$$\overline{DE} = \sqrt{\overline{CE}^2 - \overline{CD}^2} = \sqrt{l^2 - (R-r)^2}$$

$$\overline{D'E'} = \overline{DE} = \sqrt{l^2 - (R-r)^2}$$

$$\theta = \angle ECD = \cos^{-1}\frac{\overline{CD}}{\overline{CE}} = \cos^{-1}\left(\frac{R-r}{l}\right)$$

Entonces la longitud total de la banda de transmisión es:

$$L = \text{longitud de arco } a_1 + \text{longitud de arco } a_2 + \overline{DE} + \overline{D'E'}$$

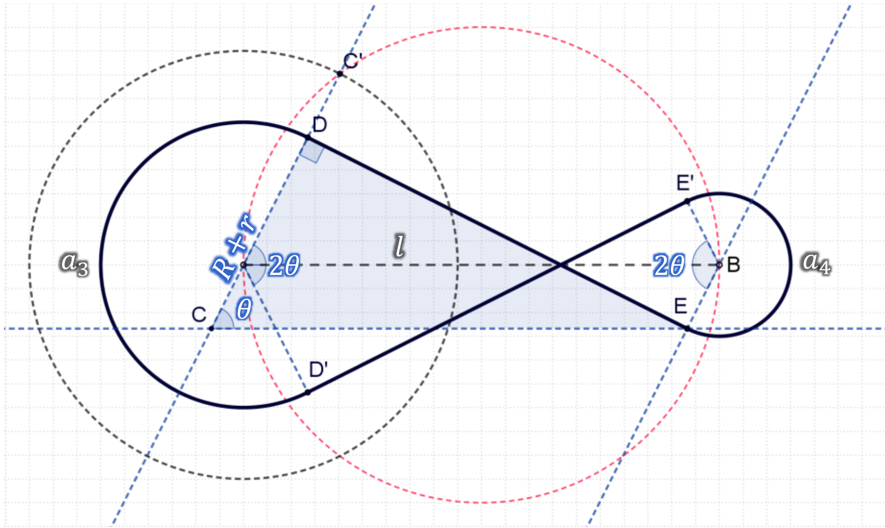
$$L = \frac{\pi R}{180°}(360° - 2\theta) + \frac{\pi r}{180°}(2\theta) + 2\overline{DE}$$

$$L = \frac{\pi R}{180°}\left[360° - 2\left(\cos^{-1}\left(\frac{R-r}{l}\right)\right)\right] + \frac{\pi r}{180°}\left[2\left(\cos^{-1}\left(\frac{R-r}{l}\right)\right)\right] + 2\sqrt{l^2 - (R-r)^2}$$

$$L = \frac{\pi R}{90°\cancel{(2)}}\left[180°\cancel{(2)} - \cancel{2}\left(\cos^{-1}\left(\frac{R-r}{l}\right)\right)\right] + \frac{\pi r}{90°\cancel{(2)}}\left[\cancel{2}\left(\cos^{-1}\left(\frac{R-r}{l}\right)\right)\right] + 2\sqrt{l^2 - (R-r)^2}$$

$$L = \frac{\pi R}{90°}\left[180° - \cos^{-1}\left(\frac{R-r}{l}\right)\right] + \frac{\pi r}{90°}\cos^{-1}\left(\frac{R-r}{l}\right) + 2\sqrt{l^2 - (R-r)^2}$$

TRANSMISIÓN CRUZADA - Solución:



$$\overline{CE} = l$$

$$\overline{CD} = R + r$$

$$\overline{DE} = \sqrt{\overline{CE}^2 - \overline{CD}^2} = \sqrt{l^2 - (R+r)^2}$$

$$\overline{D'E'} = \overline{DE} = \sqrt{l^2 - (R+r)^2}$$

$$\theta = \angle ECD = \cos^{-1}\frac{\overline{CD}}{\overline{CE}} = \cos^{-1}\left(\frac{R+r}{l}\right)$$

Entonces la longitud total de la banda de transmisión es:

$$L = \text{longitud de arco } a_3 + \text{longitud de arco } a_4 + \overline{DE} + \overline{D'E'}$$

$$L = \frac{\pi R}{180°}(360° - 2\theta) + \frac{\pi r}{180°}(360° - 2\theta) + 2\overline{DE}$$

$$L = \left[\frac{\pi R}{180°} + \frac{\pi r}{180°}\right]\left[360° - 2\left(\cos^{-1}\left(\frac{R+r}{l}\right)\right)\right] + 2\sqrt{l^2 - (R+r)^2}$$

$$L = \left[\frac{\pi R + \pi r}{90°\cancel{(2)}}\right]\left[180°\cancel{(2)} - \cancel{2}\left(\cos^{-1}\left(\frac{R+r}{l}\right)\right)\right] + 2\sqrt{l^2 - (R+r)^2}$$

$$L = \frac{\pi(R+r)}{90°}\left[180° - \cos^{-1}\left(\frac{R+r}{l}\right)\right] + 2\sqrt{l^2 - (R+r)^2}$$

[Ver animación en Geogebra.org]()

Ejercicio tomado de: Matemáticas Simplificadas, CONAMAT, Segunda edición.
Solución realizada por Sotero Javier López Ponce
Ing. Electromecánico - Maestro en Enseñanza de Ciencias Exactas
http://www.wikillerato.org/Rectas_tangentes_a_dos_circunferencias.html
http://files.cesarruiz.webnode.com.co/200000095-1e5b7204f2/TransmisionPorCorreas.pdf
Febrero 2020