Tema 10. Polígonos: perímetros y áreas.

Magnitudes y su medida.

La **magnitud** es toda propiedad de un cuerpo que puede medirse.

Una **medida** es el resultado de comparar la cantidad de una magnitud que presenta un cuerpo con una cantidad fija considerada como unidad.

Toda medida consta de un **número** y una **unidad de medida** y para evitar confusiones se ha establecido un **sistema de unidades** de carácter universal para medir diferentes magnitudes.

Magnitud	Unidad	Símbolo
Longitud	metro	m
Masa	kilogramo	kg
Tiempo	segundo	s
Intensidad de corriente eléctrica	amperio	A
Temperatura	kelvin	K
Cantidad de sustancia	mol	mol
Intensidad luminosa	candela	cd

Pero para poder realizar todas estas medidas necesitamos utensilios que nos permiten comparar lo que estamos midiendo con la unidad de medida.

Cinta métrica. Cinta flexible graduada.

Balanza electrónica. Utiliza la electricidad para determinar la masa de un objeto. Su precisión es notable, de 2 a 5 g de margen de error por cada kilogramo pesado.

Probeta. Recipiente alargado de cristal con forma de tubo y graduado para calcular el volumen de un líquido.

Ejemplo: Del siguiente texto vamos a extraer todas las magnitudes, medidas y unidades.

"A los 15 minutos de salir de la escuela, Jorge llegó a su casa, que se encuentra a 200 m, se come un bocadillo de 100 gr de pan con 50 g de jamón y bebe 0,25 L de agua"

MAGNITUD	MEDIDA	UNIDAD
Tiempo	15	minuto
Distancia	200	metro
Masa	100	gramo
Masa	50	gramo
Capacidad	0,25	litro

Longitudes y superficie.

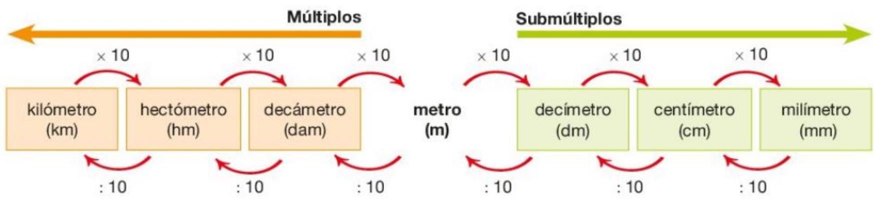
Las unidades de longitud y superficie nos sirven para calcular perímetros y áreas, de forma que es muy importante conocer las diferentes formas de expresar sus medidas.

Longitud

Magnitud física que expresa la distancia entre dos puntos.

En el sistema internacional (SI), la unidad de longitud es el **metro**, pero no siempre es la unidad más adecuada ya que en ocasiones queremos medir distancias muy grandes o muy pequeñas, y para ellos utilizamos los múltiplos y submúltiplos.

Los múltiplos se obtienen dividiendo la medida entre 10 para calcular el múltiplo inmediato, en cambio para calcular submúltiplos multiplicamos por 10 para obtener el submúltiplo inmediato.



Los múltiplos y submúltiplos nos permite adecuar la medida a la unidad más adecuada. Por ejemplo:

- La distancia entre Valladolid y Roma, la cual es 1.933.000 m. Es una distancia muy grande, por lo que la forma adecuada sería expresarla en km, por lo que tengo que calcular un múltiplo del metro,

$$\frac{1.933.000\ m}{1000\ ^{m}/_{km}} = 1.933\ km$$

- El diámetro de mi reloj mide 0,04 metros. Al ser una medida muy pequeña tenemos que utilizar submúltiplos para expresarlo en cm.

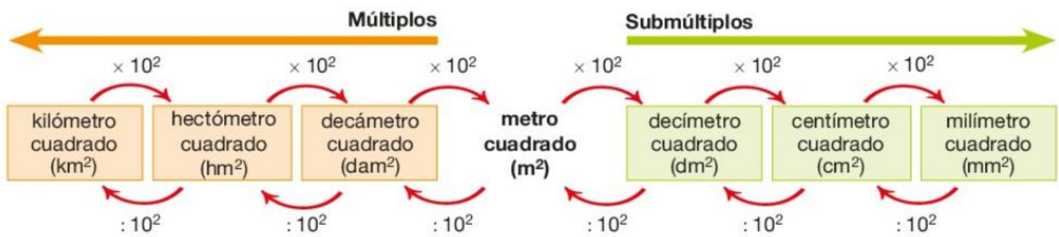
$$0{,}04\ m\ x\ 100\ ^{cm}/_{m} = 4cm$$

Superficie

La superficies es la región del plano que ocupa una figura plana.

Se conoce como **área** y se expresa en metros cuadrados $\mathbf{m^2}$

Al igual que con las medidas de longitud podemos calcular múltiplos y submúltiplos, pero en este caso, multiplicamos por 10^2 para los submúltiplos y dividimos entre 10^2 para los múltiplos.

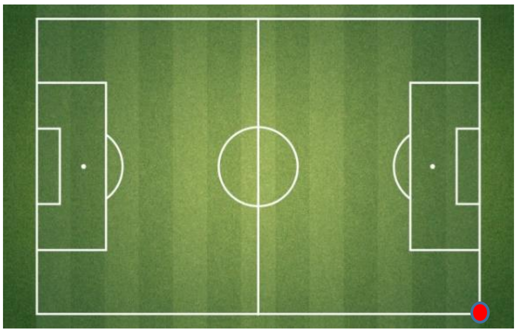


Perímetros

El **perímetro** de una figura es la medida de su contorno.

Pulsa dos veces para ver el vídeo.

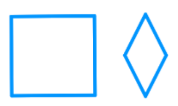
Vídeo Perímetro.mp4



Observad la imagen del campo de fútbol. Comienzo en el punto rojo y voy andando sobre la línea blanca que delimita el terreno de juego hasta llegar de nuevo al punto rojo.

La distancia recorrida se denomina perímetro y se calcula sumando las longitudes de todos los lados que forman el polígono.

Existen polígonos para los que podemos establecer una fórmula para calcular su perímetro.

Cuadrado y Rombo		$P = 4 \cdot l$ $l = longitud\ de\ un\ lado$
Rectángulo y romboide		$P = 2a + 2b$ $a = longitud\ de\ un\ lado$ $b = longitud\ del\ otro\ lado$
Polígono regular		$P = n \cdot l$ $n = número\ de\ ladoa$ $l = longitud\ de\ un\ lado$

Veamos diferentes ejemplos.

Ejemplo 3

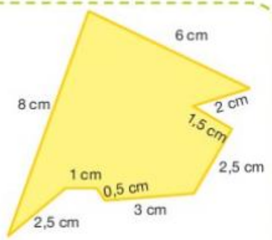
Halla el perímetro de este polígono.

COMPRENSIÓN: Para hallar el perímetro, sumamos las longitudes de sus lados.

RESOLUCIÓN:

$P = 8 + 6 + 2 + 1{,}5 + 2{,}5 + 3 + 0{,}5 + 1 +$
$+ 2{,}5 = 27$ cm

El perímetro del polígono mide 27 cm.



Ejemplo 4

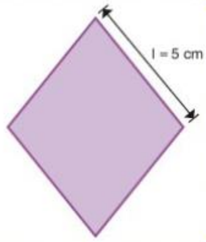
Halla el perímetro de este rombo.

COMPRENSIÓN: Para hallar el perímetro del rombo, multiplicamos por 4 la longitud de un lado.

RESOLUCIÓN:

$$P = 4 \cdot l = 4 \cdot 5 = 20 \text{ cm}$$

El perímetro del rombo mide 20 cm.



Ejemplo 5

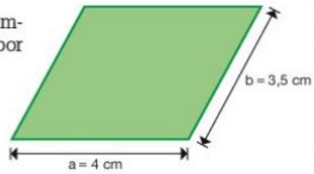
Halla el perímetro de este romboide.

COMPRENSIÓN: Para hallar el perímetro del romboide, multiplicamos el lado *a* por 2 y el lado *b* por 2, y sumamos los valores obtenidos.

RESOLUCIÓN:

$$P = 2a + 2b = 2 \cdot 4 + 2 \cdot 3{,}5 = 8 + 7 = 15 \text{ cm}$$

El perímetro del romboide mide 15 cm.



Ejemplo 6

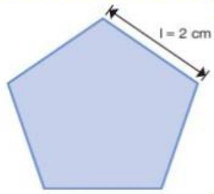
Halla el perímetro de este pentágono regular.

COMPRENSIÓN: Para hallar el perímetro del pentágono regular, multiplicamos por 5 la longitud de un lado.

RESOLUCIÓN:

$$P = n \cdot l = 5 \cdot 2 = 10 \text{ cm}$$

El perímetro del pentágono regular mide 10 cm.



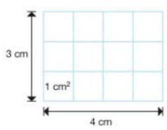
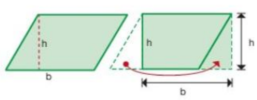
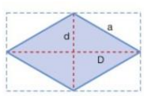
Áreas

El **área** de una figura plana es la medida de la extensión del plano que ocupa su superficie.

A continuación os detallo las fórmulas de las áreas de las figuras geométricas.

Áreas de paralelogramos

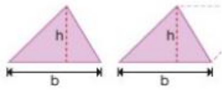
Área de paralelogramos.mp4

RECTÁNGULO 	De la figura se deduce que el área del rectángulo coincide con el producto de la longitud de su base por su altura: $4 \text{ cm} \cdot 3 \text{ cm} = (4 \cdot 3)\ (\text{cm} \cdot \text{cm}) = 12 \text{ cm}^2$ El **área** de un **rectángulo** de base *b* y altura *h* es: $A_{rectángulo} = b \cdot h$
ROMBOIDE 	De la figura se deduce que el área del romboide es igual a la del rectángulo correspondiente. El **área** de un **romboide** de base *b* y altura *h* es: $A_{romboide} = b \cdot h$
ROMBO 	Observa que el área de un rombo cuyas diagonales son *D* y *d* es la mitad del área de un rectángulo, de base *D* y altura *d*. El **área** de un **rombo** de diagonales *D* y *d* es: $A_{rombo} = \frac{A_{rectángulo}}{2} = \frac{b \cdot h}{2} = \frac{D \cdot d}{2}$

Áreas de triángulos

Área de triángulo y trapecio.mp4

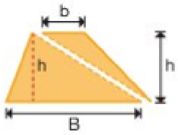
Observa que el área de un triángulo de base *b* y altura *h* es la mitad del área de un paralelogramo de base *b* y altura *h*.



El **área** de un **triángulo** de base *b* y altura *h* es:

$$A_{\text{triángulo}} = \frac{A_{\text{paralelogramo}}}{2} = \frac{b \cdot h}{2}$$

Áreas de trapecios



El **área** de un **trapecio** es la suma de las áreas de dos triángulos:

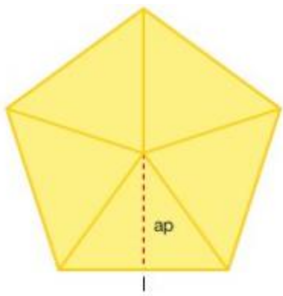
$$A_{\text{trapecio}} = A_{\text{triángulo 1}} + A_{\text{triángulo 2}} = \frac{B \cdot h}{2} + \frac{b \cdot h}{2} = \frac{(B + b) \cdot h}{2}$$

Áreas de polígonos regulares

Área de polígonos regulares.mp4

Un polígono regular puede descomponerse en tantos triángulos iguales como lados tiene el polígono.

Por ejemplo, en el caso de un pentágono de lado *l*, su área es cinco veces el área de uno de los triángulos. Cada triángulo tiene la base de longitud *l* y altura igual a la apotema del pentágono, *ap*. Por tanto, el área del pentágono es: $A = 5 \cdot \frac{l \cdot ap}{2} = \frac{5l \cdot ap}{2}$.



Observa que $5l$ es el perímetro, *P*, del pentágono.

El **área** de un **polígono regular** de perímetro *P* y apotema *ap* es:

$$A_{\text{polígono regular}} = \frac{P \cdot ap}{2}$$

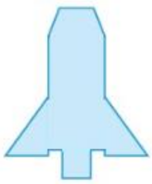
Áreas de polígonos irregulares

Área de polígonos irregulares.mp4

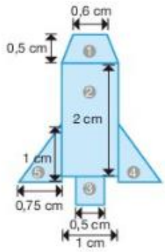
Para calcular el área de los polígonos irregulares no existe una fórmula de forma que tenemos que dividirle en el menor número de figuras cuyas áreas sepamos calcular. Veamos el siguiente ejemplo.

Ejemplo 8

Calcula el área de esta figura.



— Descomponemos la figura en el menor número posible de polígonos cuyas áreas sepamos calcular y medimos con la regla las longitudes necesarias.



— Obtenemos las áreas de las figuras ①, ②, ③, ④ y ⑤.

$$A_1 = \frac{(1 + 0{,}6) \cdot 0{,}5}{2} = 0{,}4\ \text{cm}^2\ ;\ A_2 = 1 \cdot 2 = 2\ \text{cm}^2;$$

$$A_3 = 0{,}5^2 = 0{,}25\ \text{cm}^2;\ \ A_4 = A_5 = \frac{0{,}75 \cdot 1}{2} = 0{,}375\ \text{cm}^2$$

$$A_{\text{figura}} = A_1 + A_2 + A_3 + A_4 + A_5 = 3{,}4\ \text{cm}^2$$