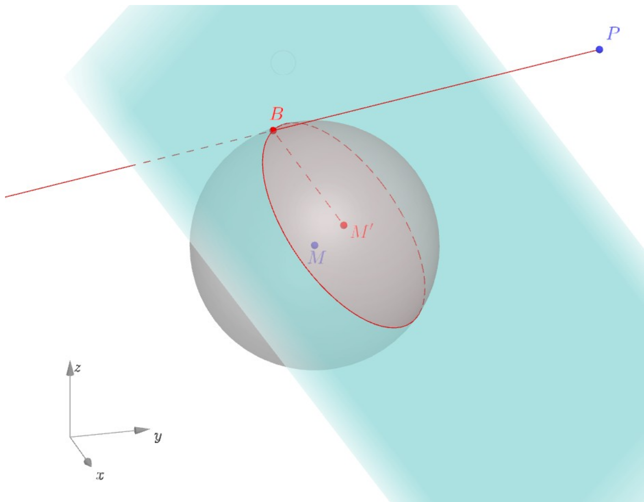
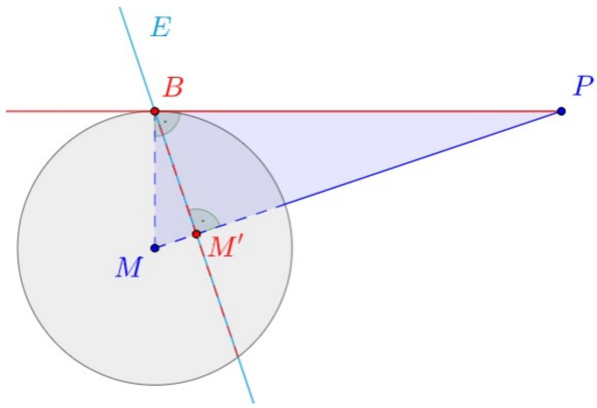
Polarebene



Formel: $(\vec{x}-\vec{m})\circ(\vec{p}-\vec{m})=r^2$

Herleitung:



$$\overrightarrow{MB}\perp\overrightarrow{BP}$$

$$\begin{aligned}
(\vec{b}-\vec{m})\circ(\vec{p}-\vec{b}) &= 0\\
(\vec{b}-\vec{m})\circ(\vec{p}\underbrace{-\vec{m}+\vec{m}}_{+0}-\vec{b}) &= 0\\
(\vec{b}-\vec{m})\circ((\vec{p}-\vec{m})-(\vec{b}-\vec{m})) &= 0\\
(\vec{b}-\vec{m})\circ(\vec{p}-\vec{m})-\underbrace{(\vec{b}-\vec{m})^2}_{=r^2} &= 0\\
(\vec{b}-\vec{m})\circ(\vec{p}-\vec{m}) &= r^2
\end{aligned}$$

Der Vektor $\vec{b}$ für die Punkte B des Berührkreises kann hier allgemein durch $\vec{x}$ ersetzt werden für die Punkte X der Polarebene.

Beispiel: Gegeben ist die Kugel mit Radius $r=3$ um den Mittelpunkt $M(4/5/6)$ sowie der Punkt $P(8/11/12)$. Gib eine Koordinatengleichung der Polarebene E an.

Lösung: $\begin{pmatrix}x-4\\y-5\\z-6\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}8-4\\11-5\\12-6\end{pmatrix}=3^2 \Leftrightarrow \begin{pmatrix}x-4\\y-5\\z-6\end{pmatrix}\circ\begin{pmatrix}4\\6\\6\end{pmatrix}=9$

$$\begin{aligned}
(x-4)\cdot 4+(y-5)\cdot 6+(z-6)\cdot 6 &= 9\\
4x-16+6y-30+6z-36 &= 9 \qquad |+82\\
4x+6y+6z &= 91
\end{aligned}$$