

## Trabalho Individual/Grupo + Trabalho de Investigação (opcional)

Matemática A - 12.º Ano

Junho/2020

### Trabalho Individual/Grupo

**Qual a relação entre a área do triângulo formado por três tangentes a uma parábola e a área do triângulo formado pelos pontos de tangência?**

(Baseado no artigo, <https://www.jstor.org/stable/2324034?seq=1>, de W. A. Day, do Hertford College, Oxford)

### Guião

1. Representa a família de parábolas  $f(x) = ax^2 + bx + c$ ;
2. Marca 3 pontos sobre a parábola  $A(k, f(k))$ ;  $B(m, f(m))$  e  $C(n, f(n))$ ;
3. Constrói o triângulo  $[ABC]$  e pinta-o azul;
4. Mostra que a equação da reta tangente à parábola no ponto  $A$  é
 
$$y = (2ak + b)x + f(k) - 2ak^2 - bk;$$
5. Por analogia, indica as equações das retas tangentes à parábola em  $B$  e  $C$ ;
6. Desenha as três retas tangentes e pinta-as de vermelho, laranja e roxo, por esta ordem;
7. Encontra os pontos  $D$ ,  $E$  e  $F$  de interseção das três retas (duas a duas);
8. Constrói o triângulo  $[DEF]$  e pinta-o verde;
9. Calcula o quociente entre as áreas dos triângulos. Estabelece uma conjectura relacionada com a questão que te foi colocada;
10. Altera os valores de  $a$ ,  $b$  e  $c$  e analisa o quociente das áreas;
11. Altera os valores de  $k$ ,  $m$  e  $n$  e analisa o quociente das áreas;
12. Estabelece a veracidade da tua conjectura.

R:  $Area_{[DEF]} = \frac{1}{2} Area_{[ABC]}$

### Trabalho Investigação (opcional)

Mostrar que, com um enunciado semelhante, se tem:

- numa elipse:  $Area_{[DEF]} \geq \frac{1}{2} Area_{[ABC]}$
- numa hipérbole:  $Area_{[DEF]} \leq \frac{1}{2} Area_{[ABC]}$