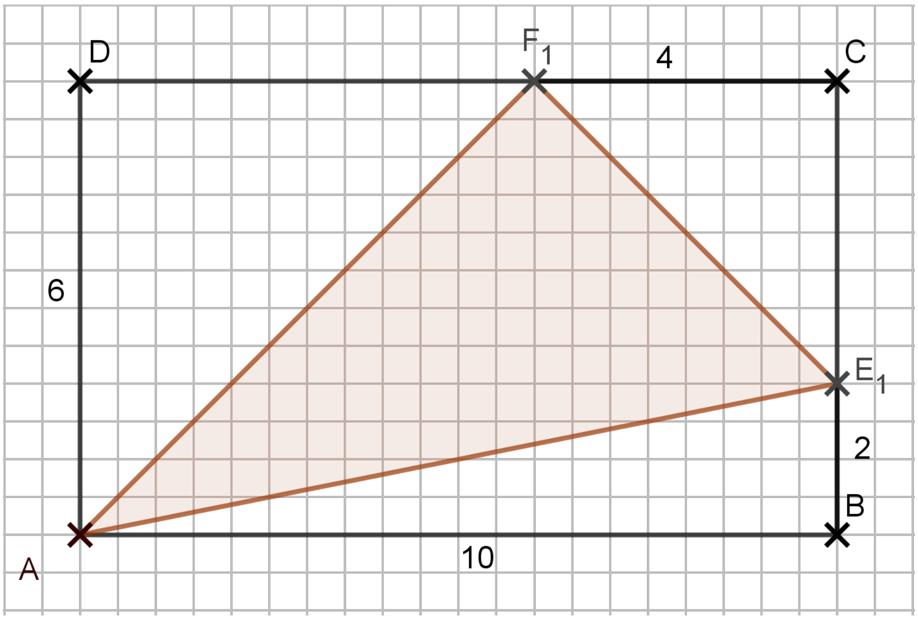
S. 108 Nr. 3

a)



Geg.: $\overline{CF_1}=4\,cm\,;\,\overline{BE_1}=2\,cm\,;\,\overline{AD}=\overline{BC}=6\,cm\,;\,\overline{AB}=\overline{CD}=10\,cm$

Berechnung der Länge der Strecke [E_1C]:

$\overline{E_1C}=\overline{BC}-\overline{BE_1}$

$\overline{E_1C}=6\,cm-2\,cm$

$\overline{E_1C}=4\,cm$

Im rechtwinkligem Dreieck E_1CF_1 gilt nach dem S.d.P.:

$\overline{E_1F_1}^2=\overline{E_1C}^2+\overline{CF_1}^2$ MZG

$\overline{E_1F_1}^2=4^2+4^2$

$\overline{E_1F_1}=\sqrt{4^2+4^2}$

$\overline{E_1F_1}=4\sqrt{2}$

$\overline{E_1F_1}=5{,}66\,cm$

b)

Geg.: $\overline{CF_n}(x)=2x\,cm\,;\,\overline{BE_n}(x)=x\,cm\,;\,\overline{AD}=\overline{BC}=6\,cm\,;\,\overline{AB}=\overline{CD}=10\,cm$

Berechnung der Länge der Strecke [E_1C]:

$\overline{E_nC}(x)=\overline{BC}-\overline{BE_n}$ MZG

$\overline{E_nC}(x)=6-x$

Im rechtwinkligem Dreieck E_1CF_1 gilt nach dem S.d.P.:

$\overline{E_nF_n}(x)^2=\overline{E_nC}(x)^2+\overline{CF_n}(x)^2$ MZG

$\overline{E_nF_n}(x)^2=(2x)^2+(6-x)^2$

$\overline{E_nF_n}(x)^2=4x^2+6^2-2\cdot 6\cdot x+x^2$

$\overline{E_nF_n}(x)^2=5x^2-12\cdot x+36$

$\overline{E_nF_n}(x)=\sqrt{5x^2-12\cdot x+36}$

$\overline{E_nF_n}(x)=\sqrt{5x^2-12\cdot x+36}\,cm$

c)
Ges.: $\overline{E_0F_0}$ minimale Länge
Ein Wurzelterm ist minimal, wenn der Radiand minimal ist.
Somit suchen wir das Minimum des quadratischen Terms: $5x^2-12x+36$
Da 5>0 besitzt der quadratische Term tatsächlich ein Minimum.
Eingabe im TR ergibt:
$T_{min}=28{,}8$ für $x=1{,}2$
D.h. $\overline{E_0F_0}=28{,}8\,cm$

d)
Geg.:
$\overline{CF_n}(x)=2x\,cm\,;\overline{BE_n}(x)=x\,cm\,;\overline{AD}=\overline{BC}=6\,cm\,;\overline{AB}=\overline{CD}=10\,cm\,;\overline{E_nC}(x)=(6-x)\,cm$
Ges.: Flächeninhalt A_{min} des Dreiecks AE_nF_n
Für die Berechnung müssen wir zwei Schritte durchführen:
1. Berechnung des Flächeninhalts in Abhängigkeit von x
2. Berechnung des Minimums

Schritt 1:
Der Flächeninhalt des Dreiecks AE_nF_n ist die Differenz aus dem Rechteck und den blauen Dreiecken am Rand:
$A_{AE_nF_n}(x)=A_{ABCD}-A_{ABE_n}(x)-A_{E_nCF_n}(x)-A_{AF_nD}(x)$

Rechteck:
$A_{ABCD}=6\,cm\cdot 10\,cm=60\,cm^2$

MZG

Dreieck ABE_n:
$A_{ABE_n}(x)=\frac{1}{2}\cdot\overline{AB}\cdot\overline{BE_n}(x)$
$A_{ABE_n}(x)=\frac{1}{2}\cdot 10\cdot x$
$A_{ABE_n}(x)=5x\,cm^2$

Dreieck E_nCF_n:
$A_{E_nCF_n}(x)=\frac{1}{2}\cdot\overline{E_nC}(x)\cdot\overline{CF_n}(x)$
$A_{E_nCF_n}(x)=\frac{1}{2}\cdot(6-x)\cdot 2x$
$A_{E_nCF_n}(x)=(6-x)\cdot x$
$A_{E_nCF_n}(x)=6x-x^2$
$A_{E_nCF_n}(x)=(-x^2+6x)\,cm^2$

Dreieck AF_nD:
$A_{AF_nD}(x)=\frac{1}{2}\cdot\overline{DF_n}(x)\cdot\overline{AD}$

Die Länge $[DF_n]$ haben wir noch nicht berechnet, deshalb müssen wir sie zunächst berechnen:
$\overline{DF_n}(x)=\overline{CD}-\overline{CF_n}(x)$
$\overline{DF_n}(x)=10-2x$
$\overline{DF_n}(x)=(-2x+10)\,cm$

Nun können wir den Flächeninhalt des Dreiecks berechnen:

$$A_{AF_nD}(x)=\frac{1}{2}\cdot\overline{DF_n}(x)\cdot\overline{AD}$$
$$A_{AF_nD}(x)=\frac{1}{2}\cdot(10-2x)\cdot 6$$
$$A_{AF_nD}(x)=(10-2x)\cdot 3$$
$$A_{AF_nD}(x)=30-6x$$
$$A_{AF_nD}(x)=(-6x+30)cm^2$$

Damit ergibt sich für den Flächeninhalt des Dreieck Ae_nF_n:

$$A_{AE_nF_n}(x)=A_{ABCD}-A_{ABE_n}(x)-A_{E_nCF_n}(x)-A_{AF_nD}(x)$$
$$A_{AE_nF_n}(x)=60-5x-(-x^2+6x)-(-6x+30)$$
$$A_{AE_nF_n}(x)=60-5x+x^2-6x+6x-30$$
$$A_{AE_nF_n}(x)=x^2-5x+30$$
$$A_{AE_nF_n}(x)=(x^2-5x+30)cm^2$$

Schritt 2: Minimum bestimmen
Da 1>0 ist, besitzt der quadratische Term $x^2-5x+30$ tatsächlich ein Minimum.
Eingabe in den TR ergibt:

$T_{min}=23{,}75$ für $x=2{,}5$

d.h. $A_{min}=23{,}75\,cm^2$