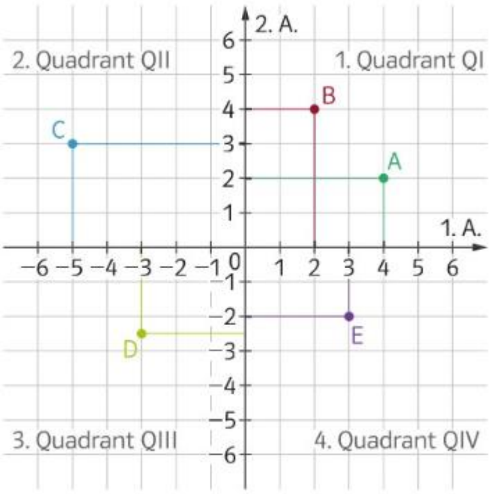
Kartesische Koordinaten - Polarkoordinaten

Kartesische Koordinaten:

Zwei Zahlengeraden (meist x und y) stehen auf einander normal und schneiden einander im Ursprung =0.

Ein Punkt ist durch ein Paar reeller Zahlen beschreibbar (z.B. P = (x|y) mit x als 1. Koordinate und y als 2. Koordinate)



A = (4|2),

B = (2|4),

C = (-5|3),

D = (-3|-2,5),

E = (3|-2)

Die Koordinatenachsen teilen die Ebene in vier Bereiche, die sogenannten Quadranten.

BSP:

Zeichne die Punkte P, Q, R in ein Koordinatensystem. Spiegle diese 1) an der 1. Achse, 2) an der 2. Achse und gib die Koordinaten der gespiegelten Punkte an.

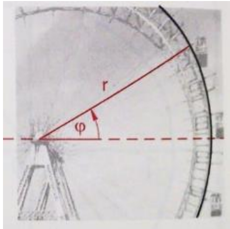
P=(3|0), Q=(-5|4), R=$(3|-\frac{5}{2})$

<u>Polarkoordinaten</u>:

<u>Grundvorstellung</u>: Das Wiener Riesenrad

Stell dir vor, du beobachtest eine Gondel dabei, wie sie sich langsam gegen den Uhrzeigersinn dreht.

1. Wo befindet sich die Gondel?
2. Wie steil steht die Strebe, an der die Gondel befestigt ist?



Der Durchmesser der äußeren Radkonstruktion des Wiener Riesenrades beträgt ca. 56m. Jede Gondel ist daher r≈28m vom Mittelpunkt entfernt.

Um die Position einer bestimmten Gondel zu beschreiben, könntest du angeben, um welchen Winkel φ sie sich im Vergleich zur Waagrechten schon nach oben gedreht hat.

874 Es gibt verschiedene Möglichkeiten, um die Lage des Punktes P in der Skizze eindeutig zu beschreiben.

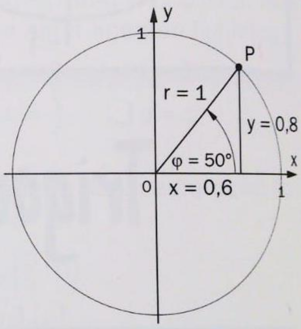
Bernd gibt die kartesischen Koordinaten an:

$$P(0{,}6|0{,}8)$$

Lisa liest den Radius des Kreises und den Winkel φ ab:

$$r = 1,\ \varphi = 50°$$

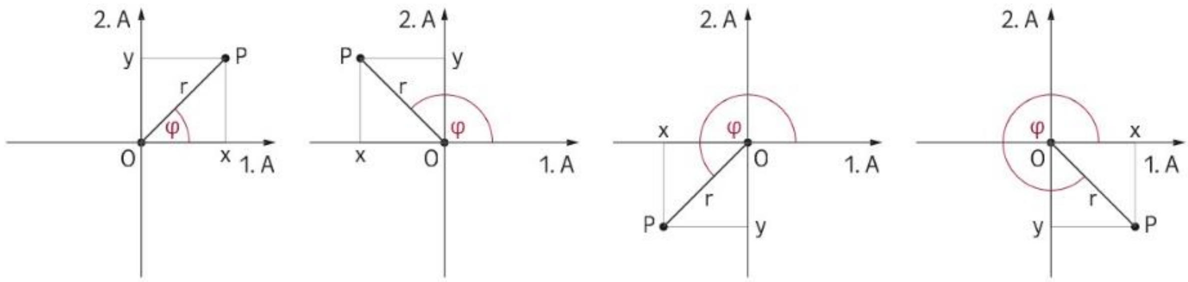
Funktioniert Lisas Methode für jeden Punkt im Koordinatensystem? Begründe!



Ausführung:

Jeder Punkt P hat einen bestimmten Abstand r vom Ursprung. Wenn du einen Kreis mit Radius r zeichnest und den Winkel φ von der positiven x-Achse weg aufträgst, erhältst du genau einen Schnittpunkt. Das ist dann P.
Der Ursprung $(0|0)$ ist dabei eine Ausnahme (vergleiche Aufgabe 877).

Anstelle von Koordinaten x und y eines Punktes P≠0 werden die **Entfernung r =** $\boldsymbol{\overline{OP}}$ und das **Winkelmaß** $\boldsymbol{\varphi}$ angegeben.



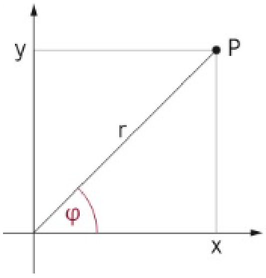
BSP:

Drei der angegebenen Punkte liegen auf einem gemeinsamen Kreis. Gib an welche.

Versuche diese Aufgabe ohne Zeichnung zu lösen und beschreibe, wie du vorgegangen bist.

a) A=[5|30°], B=[5|40°], C=[3|90°], D=[4|160°], E=[5|160°]
b) A=[5|30°], B=[7|30°], C=[12|30°], D=[7|90°], E=[7|120°]

Durch die nebenstehende Abbildung kann folgendes ermittelt werden:



$sin\varphi = \frac{y}{r}$ $cos\varphi = \frac{x}{r}$ $tan\varphi = \frac{y}{x}$

für $\varphi \in [0°; 360°)$

Definition (Verallgemeinerung von Sinus, Cosinus und Tangens):

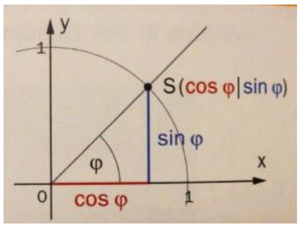
Für alle P=(x|y) mit r>0 und $\varphi \in [0°; 360°)$ setzen wir:

$sin\varphi = \frac{y}{r}$ $cos\varphi = \frac{x}{r}$ $tan\varphi = \frac{y}{x}$ (sofern $x \neq 0, \text{dh.} \varphi \neq 90° \text{ und } \varphi \neq 270°$)

Am **Einheitskreis** mit r = 1 gilt also

$sin\varphi$ … y-Koordinate von P

$cos\varphi$ … x-Koordinate von P



Umrechnung für Polarkoordinaten und kartesische Koordinaten

Polarkoordinaten ➔ kartesische Koordinaten: $x = r \cdot cos\varphi$, $y = r \cdot sin\varphi$

Kartesische Koordinaten ➔ Polarkoordinaten: $r = \sqrt{x^2 + x^2}$, $tan\varphi = \frac{y}{x}$

(falla $x \neq 0, \text{dh.} \varphi \neq 90° \text{ und } \varphi \neq 270°$)

BSP:

Berechne die kartesischen Koordinaten der Punktes P.

a) P=[5|60°]
b) P=[7|230°]

Berechne die Polarkoordinaten der Punktes P.

a) P=(-4|5)
b) P=(3|-8)