

Instrucciones:

a) Duración: 1 hora y 30 minutos.

b) Tienes que **elegir** entre realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción A** o realizar únicamente los cuatro ejercicios de la **Opción B**. Indica, en la primera hoja donde resuelves el examen, la opción elegida.

c) La puntuación de cada pregunta está indicada en la misma.

d) Contesta de forma razonada y escribe a bolígrafo (no a lápiz) ordenadamente y con letra clara. Las faltas de ortografía, la mala presentación y no explicar adecuadamente las operaciones pueden restar hasta un máximo de 1 punto de la nota final.

e) Se permitirá el uso de calculadoras que no sean programables, gráficas ni con capacidad para almacenar o transmitir datos. No obstante, todos los procesos conducentes a la obtención de resultados deben estar suficientemente justificados.

Opción A

Ejercicio 1.- a) [1 punto] El producto de dos números complejos es $4i$. El cubo de uno de ellos dividido por el otro resulta $\frac{1}{4}$. Halla los módulos y las fases de ambos complejos de partida.

b) [1,5 puntos] Tres lápices, un cuaderno y una agenda han costado 5€, lo mismo que dos cuadernos y una agenda. ¿Podemos saber el precio de cada artículo si ninguno es gratis y en céntimos todos son múltiplos de 50?

Ejercicio 2.- a) [1 punto] Resuelve el siguiente sistema de inecuaciones. Debes dibujar la región factible y los vértices que la delimitan.

$$\begin{cases} 5x + y \leq 5 \\ \frac{x}{2} - y > 0 \end{cases}$$

b) [1,5 puntos] Obtener el punto simétrico del punto $A(-3,0)$ respecto de la recta $r: \begin{cases} x = 1 + \lambda \\ y = 2 - 3\lambda \end{cases}$.

Ejercicio 3.- a) [1,5 puntos] Obtener a para que se cumpla $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \ln(1+x)}{1 - \cos(ax)} = 8$.

a) [1 punto] Estudiar las asíntotas de $f(x) = \frac{x^4 + 1}{x^3 + x}$.

Ejercicio 4.- a) [1,5 puntos] Obtener los extremos relativos y absolutos de $f(x) = \frac{1}{e^x + e^{-x}}$ en el intervalo $[-2, 2]$.

b) [1 punto] Considera la función $f(x) = x^3 + ax^2 + bx + c$. Determina a , b y c sabiendo que la recta normal a la gráfica de $f(x)$ en el punto de abscisa $x=0$ es $y + x + 3 = 0$ y que el punto de inflexión tiene abscisa $x=1$.

Opción B

Ejercicio 1.- a) [1 punto] Obtener el dominio de $f(x) = \sqrt{1 - \frac{16}{x^4}}$.

b) [1,5 puntos] Dibuja la gráfica de $f(x) = \cos\left(\pi - \frac{x}{2}\right)$ en el intervalo $[0, 3\pi]$. Indica claramente las coordenadas de los máximos y mínimos absolutos de la función, y las coordenadas de los puntos de corte con el eje de abscisa y el eje de ordenadas.

Ejercicio 2.- Sea el triángulo de vértices $A(0,1)$, $B(3,-3)$ y $C(4,4)$.

a) [1,5 puntos] Calcula el circuncentro.

b) [0,5 puntos] Calcula el ángulo del vértice A .

c) [0,5 puntos] Calcula el área del triángulo.

Ejercicio 3.- a) [0,5 puntos] Sea una distribución normal tipificada. Calcula el valor de k que cumple $P(1 \leq Z \leq k) = 0,15$.

b) [2 puntos] Calcula el dominio, las asíntotas, los extremos relativos y los puntos de inflexión de la función

$$f(x) = \frac{e^x}{x}.$$

Ejercicio 4.- a) [1 punto] Calcula la ecuación explícita de la recta tangente y de la recta normal a la función

$$f(x) = x^3 - 4x \quad \text{en el punto } x = -1.$$

b) [1,5 puntos] Una marca de vehículos ha vendido este mes coches de tres colores: blancos, negros y rojos. El 60% de los coches blancos más el 50% de los coches negros representan el 30% de los coches vendidos. El 20% de los coches blancos junto con el 60% de los coches negros y el 60% de los coches rojos representan la mitad de los coches vendidos. Se han vendido 100 coches negros más que blancos. Determina el número de coches vendidos de cada color.
