Resumen sobre la derivación

- Tasa de Variación Media - **T.V.M**

$$T.V.M = \frac{f(x_1) - f(x_0)}{x_1 - x_0}$$

> Ej: Calcular la *velocidad media* de un vehículo (**T.V.M**) *a partir de la posicón* $f(t)$.

- Tasa de Variación Instantánea - **T.V.I**

$$T.V.I = \lim_{h \to 0} \frac{f(t_0 + h) - f(t_0)}{h} = f'(t_0)$$

> Ej: Calcular la **velocidad en el instante** t_0 de un vehículo (**T.V.I**) *a partir de la posicón* $f(t)$.

- **La Recta Tangente** a la gráfica de una función f en el punto de abcisa $x = x_0$ viene dada por la ecuación:

$$y - y_0 = m(x - x_0)$$

> Siendo $\quad m = f'(x_0) \quad$ y $\quad y_0 = f(x_0)$. El parámetro m és la pendiente de la recta.

- **Principales Derivadas**

$$f(x) = k, \quad k \in \Re \quad \Rightarrow \quad f'(x) = 0 \; f(x) = x^n, n \in Z \quad \Rightarrow \quad f'(x) = n \cdot x^{n-1} \; f(x) = e^x \quad \Rightarrow \quad f'(x) = e^x \; f(x) = a^x \quad \Rightarrow \quad f'(x) = a^x \cdot \ln a \; f(x)$$

*Nota: La **regla de la cadena** dice que en todas las derivadas principales **deberíamos** multiplicar por la derivada de x, que és 1, por lo que no hace falta considerarla.*

- **Derivada de la suma** $\Rightarrow$ Suma de derivadas: $\qquad (f + g)' = f' + g'$
- **Derivada del producto** $(f \cdot g)' = f' \cdot g + f \cdot g'$
- **Derivada de un cociente** $\left(\frac{f}{g}\right)' = \frac{f' \cdot g - f \cdot g'}{g^2}$

> **Regla de la Cadena**
>
> Con la definición $f \circ g(x) = f(g(x))$, la regla de la cadena dice:
>
> $$(f \circ g)'(x) = f'(g(x) \cdot g'(x))$$
>
> **Ejemplos:**
>
> $$f(x) = \sin(x^2) \Rightarrow f'(x) = \cos(x^2) \cdot (x^2)' \Rightarrow \cos(x^2) \cdot 2x$$
>
> $$g(x) = \sqrt{\cos(x)} \Rightarrow f'(x) = \frac{1}{2\sqrt{\cos(x)}}(\cos(x))' \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{\cos(x)}}(-\sin(x))$$

Derivación Implícita

> **Objetivo:** *Calcular derivadas* de funciones que no conocemos explícitamente...
>
> Ejemplo1: Asumimos que la y depende de x $\Rightarrow y(x)$
>
> $$y^2 - 2x = \cos x$$
>
> $$(y^2 - 2x)' = (\cos x)'$$
>
> Ejemplo 2: Derivada de la función trigonométrica $\arccos x$: Puesto que, por definición, la función $\arccos x$ és la inversa del $\cos x$, se cumple que
>
> $$\arccos(\cos x) = x$$
>
> Si ponemos $y = \arccos x$ y derivamos implícitamente...
>
> $$(\arccos(\cos x))' = (x)'$$
>
> $$y'(\cos x) \cdot (-\sin x) = 1 \Rightarrow y'(\cos x) = -\frac{1}{\sin x}$$
>
> Finalmente si ponemos $z = \cos x$ y puesto que $\sin x = \sqrt{1 - \cos^2 x} = \sqrt{1 - z^2}$, obtenemos que: $y'(z) = -\frac{1}{\sqrt{1-z^2}}$

- Ejercicios -

1. Un surfista se desplaza en el mar sobre su tabla. La posición (en metros) respecto de la orilla és la siguiente:

$$p(t) = t^2 + 20$$

. a) Calcular la velocidad promedio en el intervalo $[2, 4]$.
b) Calcular la velocidad y la posición inicial del surfista.

Indicación: Tiempo en minutos

2. Si consideramos la siguiente curva: $f(x) = x^3 - 3x + 2$

   a) Cual es la inclinación (en radianes) de la recta tangente a la gráfica de f en el punto de abcisa $x = 2$?

   b) Encuentra la ecuación de dicha recta.

   c) Encuentra la ecuación de una recta paralela y que pase por el origen de coordenadas $O(0, 0)$.

3. Calcular las derivadas de las siguientes funciones:

   $$f(x) = x^{-4} + 3x^2 - 5x + 4 \qquad g(x) = x^6 - 5x^4 + 4x^2 - 10 \; h(x) = \frac{x^3-4x+5}{3x-x^2} \qquad i(x) = \sqrt[3]{4x^2-4} \; j(x) = \frac{e^{2x}}{\tan x} \qquad k(x) = (\sqrt{x-3})(\cos$$

4. Ejericios de derivación implícita: encontrar $y'(x)$ a) $y^3 + x^2 \ln y = 4x + 2$ b) $e^{xy} - x^3 + 3y^2 = 8$ c) $xe^y + 2x - \ln(y+1) = -1$

5. Calcular más derivadas...

   $$f(x) = \ln(e^x) \qquad g(x) = 7\log_2 x - 2 \; h(x) = \ln(3x - \sqrt{x}) \qquad i(x) = 4\log_2(\tan 3x) \; j(x) = \frac{\cos^2 x - 3}{\sec 2x} \qquad k(x) = 3\backslash\mathrm{cosec}\sqrt[3]{5}$$

6. Encontrar las ecuaciones de la recta tangente y normal de la elipse $2x^2 + 3y^2 = 5$ en el punto $(1, -1)$ **Nota:** Podeis encontrar ejercicios resueltos de derivación en la página web de Vitutor