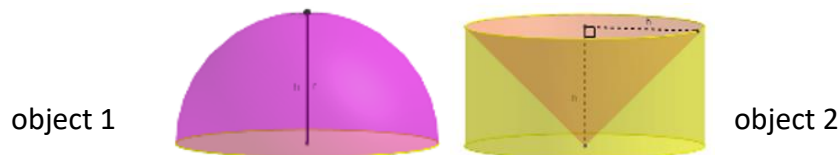


Cavalieri's सिद्धान्तको प्रयोगबाट volume of cone =  $\frac{1}{3} \pi r^2 * h$  को पामाणित

Cavalieri's principle If area of cross sections at parallel heights of two solids and their volume are proportional. दुईवटा solids लाई उही उचाईबाट parallel plane ले काट्दा बन्ने cross sections को area र ति दुईवटा solids को volume समानुपातिक हुनेछ। वा दुईवटा solids लाई उही उचाईबाट parallel plane ले काट्दा बन्ने cross sections को area बराबर भएमा ति दुईवटा solids को volume पनि बराबर हुनेछ।

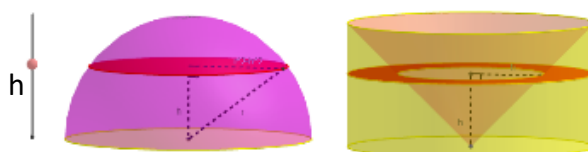
Proof

अर्धव्यास r भएको एउटा semi sphere लाई र यसलाई object 1 भनौ ।



पुनः , अर्धव्यास r भएको उचाई r भएको एउटा cylinder लाई र cone को vertex र cylinder को base circle को center एउटै हुनेगरि cylinder को माथितिरबाट अर्धव्यास r भएको उचाई r एउटा cone राखौ । यसरी बनेको cylinder and cone को संयुक्त solid लाई object 2 भनौ ।

अब, आधारबाट उचाई h हुनेगरि दुबै object लाई [ object 1 र object 2 ] एउटा समानान्तर plane ले काटौ ।



यसरी काट्दा, object 1 मा बन्ने cross section को आकार circle हुन्छ.

The area of this cross section (circle) is

$$\text{Area of cross section (circle)} = \pi \times \text{radius}^2$$

$$\text{or Area of cross section (circle)} = \pi \left( \sqrt{r^2 - h^2} \right)^2$$

$$\text{or Area of cross section (circle)} = \pi (r^2 - h^2)$$

यसरी काट्दा, object 2 मा बन्ने cross section को आकार ring हुन्छ.

Area of cross section (ring) = Area of outer circle - Area of inner circle

$$\text{or Area of cross section (ring)} = \pi r^2 - \pi h^2$$

$$\text{or Area of cross section (ring)} = \pi (r^2 - h^2)$$

यहाँ, दुबै cross section को area बराबर छ । त्यसैले Cavalieries principle अनुसार दुबै solids [ object 1 र object 2 ] को volume पनि बराबर हुनेछ।

Thus,

$$\text{Volume of object 1} = \text{Volume of object 2}$$

$$\text{Volume of semi sphere} = \text{Volume of cylinder} - \text{Volume of cone}$$

$$\text{or Volume of cone} = \text{Volume of cylinder} - \text{Volume of semi sphere}$$

$$\text{or Volume of cone} = \pi r^2 r - \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$\text{or Volume of cone} = \pi r^3 - \frac{2}{3} \pi r^3$$

$$\text{or Volume of cone} = \frac{1}{3} \pi r^3$$

$$\text{or Volume of cone} = \frac{1}{3} \pi r^2 * h$$

This completes the proof.