

## 1. SUPERFICIES CUÁDRICAS

Una ecuación de segundo grado en tres variables es una expresión algebraica de la forma

$$A_1 x^2 + B_1 y^2 + C_1 z^2 + D_1 xy + E_1 yz + F_1 zx + G_1 x + H_1 y + I_1 z + J_1 = 0$$

donde los coeficientes  $A_1, B_1, C_1, D_1, E_1, F_1, G_1, H_1, I_1, J_1$  representan números reales. Esta expresión representa, salvo casos degenerados, un objeto geométrico denominado **superficie cuádrica**.

Mediante una traslación y una rotación esta ecuación se puede transformar a una de las dos siguientes formas:

$$Ax^2 + By^2 + Cz^2 = D \quad \text{ó} \quad Cz = Ax^2 + By^2$$

Las cuales, dependiendo de los valores de  $A, B, C, D$  se puede escribir en la denominada **forma canónica**.

1.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$ , que geoméricamente representa una superficie llamada **ELIPSOIDE** y en el caso particular en que  $a = b = c$  se tiene una **ESFERA**.
2.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$  que geoméricamente representa una superficie llamada **HIPERBOLOIDE DE UNA HOJA**, y se ubica sobre el eje  $z$ .
3.  $\frac{z^2}{c^2} - \frac{y^2}{b^2} - \frac{x^2}{a^2} = 1$  que geoméricamente representa una superficie llamada **HIPERBOLOIDE DE DOS HOJA**, y se ubica sobre el eje  $z$ .
4.  $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 0$  que geoméricamente representa una superficie llamada **CONO DOBLE**, y se ubica sobre el eje  $z$ .

En el segundo caso pueden suceder los siguientes casos:

5.  $cz = \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2}$ , que geoméricamente representa una superficie llamada **PARABOLOIDE ELÍPTICO** y se ubica sobre el eje  $z$ .
6.  $cz = \frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2}$ , que geoméricamente representa una superficie llamada **PARABOLOIDE HIPERBÓLICO** y se ubica sobre el eje  $z$ .

Presentamos a continuación actividades que nos permitan visualizar la representación gráfica de cada una de estas superficies, así como sus *Curvas de nivel* y *Secciones transversales*.